

## Årgång 11, 1927

### Första häftet

265. Lös ekvationssystemet

$$\begin{cases} x^3 - 5x + 2y = 0 \\ y^3 + 2x - 5y = 0 \end{cases}$$

266. Visa att uttrycket  $na^{n+1} - (n+1)a^n + 1$  där  $a$  och  $n$  äro positiva hela tal och  $a > 2$ , alltid innehåller en kvadratisk faktor  $> 1$ . (Iter.)

267. Två sfärer tangeras varandra utatill. Visa att den dubbelt skålförmiga rotationskropp, som begränsas av tangentkonen och de mot varandra vända sfäriska ytorna, halveras av sfärernas gemensamma tangentplan i tangeringspunkten. (Iter.)

268.  $F$  är den ena brännpunkten till en ellips,  $P$  en godtycklig punkt på kurvan. Sök sambandet mellan  $FP = r$  och normalen  $FN = n$  från  $F$  mot tangenten i  $P$ . (X.)

269.  $A$  och  $B$  äro två punkter på en cirkel. Att draga de parallella kordorna  $AA_1$  och  $BB_1$ , så att deras rektangel får ett gifvet värde  $k^2$ . (X.)

Enklare uppgifter, avsedda för skolstadiet.

270. Lös ekvationen

$$\sqrt{0,5} + \sqrt{x+2} - \sqrt{6x} = \sqrt{x-5,5}$$

(Svar:  $x = 37,5$ )

271.  $x$  är ett helt tal. Man vet att  $7x - 3 > (x+1)^2 > 5x - 1$ . Bestäm  $x$ .  
(Svar:  $x = 3$ )

272. Visa att kuberna på varje helt tal kan uttryckas såsom skillnaden mellan kvadraterna på två hela tal.

273. Var ligger felet?

$$S = 1 + 2 + 3 + 4 + \cdots + (n-1).$$

Ettorna i början och slutet taga ut varandra", varav

$$s = 2 + 3 + 4 + \cdots + n = \frac{(2+n)(n-1)}{2},$$

vilket icke stämmer vid prövning.

274. Om i en triangel  $ABC$

$$\cos 3A + \cos 3B + \cos 3C = 1,$$

så är en vinkel  $120^\circ$ .

275. Inskriv i en given triangel en rektangel med uppgiven omkrets.

276. Att finna brännpunkten till en parabel, då man känner läget av vertex, axeln och en normal.

## Andra häftet

277. Två tal äro så beskaffade, att om det enas kvadrat multipliceras med 17 och det andras kvadrat multipliceras med 2, så erhållas två tresiffriga tal med siffrorna i motsatt ordning. Vilka äro dessa tal? (Iter.)

278. Sök orten för brännpunkterna till alla parabler, som ha  $y$ -axeln till styrlinje och som tangera linjen  $y = 2x + 1$ .

279. I vilken punkt av sin paraboliska bana har en projektil, sedd från kanonmynningen, sin största vinkelhastighet?

280.  $A$  och  $4B$  äro två punkter på en cirkel. Att draga de parallella kordorna  $AA_1$  och  $BB_1$  så, att trapetset  $ABB_1A_1$  får uppgiven yta  $k^2$ . (X.)

Enklare uppgifter, avsedda för skolstadiet.

281. Beräkna  $2^m \cdot 2^n - (2^m)^n$ , när  $m$  och  $n$  äro rötter till ekvationen  $3x^2 + x\sqrt{2} + \sqrt{3}$ .  
(Svar:  $-0,771$ )

282. Diskutera kurvan  $y = \frac{x^2(x-10)}{5(x-1)}$ .

283. I en likbent triangel bilda basen, medianen mot sidan och sidan geometrisk serie. Beräkna vinklarna.  
(Svar: Basvinkeln är  $81,58^\circ$  eller  $31,41^\circ$ )

284. Lös ekvationen

$$\frac{16}{3} \cdot \tan 2x = 2 + \tan x + \frac{\tan^2 x}{2} + \frac{\tan^3 x}{4} + \dots$$

(Svar:  $x = 11,31^\circ + n \cdot 180^\circ$ )

- 285.** Basytan i en pyramid är en kvadrat  $ABCD$ . En sidokant  $AO = AB$  är vinkelrät mot basytan. Genom en punkt  $P$  på diagonalen  $AC$  lägges ett normalplan till  $AC$ . Visa, att skärningsfigurens yta blir maximum, när  $AC = 3AP$ .
- 286.**  $L_1$ ,  $L_2$  och  $L_3$  äro tre parallella linjer. På  $L_1$  äro givna två fasta punkter  $A$  och  $B$ , på  $L_2$  en rörlig punkt  $P$ .  $AP$  och  $BP$  skära  $L_3$  i  $A_1$  och  $B_1$  resp. Genom  $A_1$  och  $B_1$  dragas linjer vinkelräta mot  $BP$  och  $AP$  resp. Sök orten för dessa linjers skärningspunkt.  
(Svar: En parabel)

### Tredje häftet

- 287.**  $n$  är ett positivt helt tal. I en konvergent geometrisk serie med reella termer är  $s_n = 1$ ;  $s_{3n} = k$ . Beräkna  $s_\infty$ . Möjlighetsvillkor? (X.)
- 288.** Sök orten för skärningspunkten mellan tangenterna från två fasta punkter till en parabel, vars topp glider utefter punkternas föreningslinje. (Iter.)
- 289.** I en likbent triangel delas basen i tre lika delar och delningspunkterna sammanbindas med spetsen. Hur stor skall vinkeln vid spetsen vara, för att vinklarna mellan en av dessa linjer och närliggande ben skall bli så stor som möjligt?
- 290.** Lös ekvationssystemet

$$\begin{cases} a\sqrt{x+z-y} \cdot \sqrt{x+y-z} = x\sqrt{yz} \\ b\sqrt{x+y-z} \cdot \sqrt{y+z-x} = y\sqrt{xz} \\ c\sqrt{y+z-x} \cdot \sqrt{x+z-y} = z\sqrt{xy} \end{cases}$$

Enklare uppgifter, avsedda för skolstadiet.

- 291.** Rötterna till ekvationen  $x^2 + px + q = 0$  må betecknas med  $a$  och  $b$ . Beräkna värdet av  $\frac{2a-b}{b^2} + \frac{2b-a}{a^2}$ .  
(Svar:  $\frac{p(7q-2p^2)}{q^2}$ )
- 292.** Bestäm logaritmerna för rötterna till ekvationen  $4(x^4 + 1) + 42x^2 = 25(x^2 + 1)$  i det system, vars bas är  $\sqrt[5]{2} : 2$ .  
(Svar: 0;  $\pm 2,5$ )
- 293.** En cirkels periferi är delad i 6 bågar, som bilda aritmetisk serie och den största bågens korda är 4 gånger så stor som den minsta bågens korda. Angiv den minsta bågens medelpunktsvinkel.  
(Svar:  $21,78^\circ$ )

**294.** Tre linjer

$$L_1: 2y - x = 0$$

$$L_2: y - 2x = 0$$

$$L_3: y + 3x = 0$$

äro givna. Bestäm ekvationen för en genom punkten  $(3; 0)$  gående linje, vars mellan  $L_1$  och  $L_3$  belägna del delas mitt itu av  $L_2$ .

(Svar:  $4x + 13y - 12 = 0$ )

**295.** Två av en triangels hörn ha koordinaterna  $(2; 3)$  och  $(-4; -5)$ . Ytan är 15 ytenheter. Sök koordinaterna för det tredje hörnet, om det ligger på linjen  $y = 3x + 7$ .

(Svar:  $(-1; 4)$  eller  $(-7; -14)$ )

**296.** Att med en given hypotenusas upprita en rätvinklig triangel, i vilken medianen mot ena kateten är vinkelrät mot medianen till hypotenusan.**Fjärde häftet****287.** I en rätvinklig triangel bilda de vidskrivna cirkelnas radier aritmetisk serie. Angiv förhållandet mellan kateterna**288.** En cirkel med centrum  $O$ , punkten  $P$  och en sträcka  $l$  äro givna. Drag en korda genom  $P$ , vars projektion på linjen  $OP$  har längden  $l$ . (X.)**289.** Om en inre och en yttre gemensam tangent till två cirklar äro vinkelräta mot varandra, så ligga samtliga gemensamma tangenters beröringspunkter med cirkeln på två mot varandra vinkelräta linjer, och de av cirkeln på dessa linjer avskurna kordorna äro lika stora. (Iter.)**290.** Tre hyperbler äro uppritade, av vilka vardera tangerar en sida i en given triangel och har de båda återstående sidorna till asymptoter. Visa, att produkten av dessa hyperblers parametrar är lika med kubens på triangelns inskrivna cirkels diameter.**Enklare uppgifter, avsedda för skolstadiet.****291.** Lös ekvationen  $\sin x + \cos x = 1 + \sin 2x$ .

(Svar:  $135^\circ + n \cdot 180^\circ$ ;  $n \cdot 360^\circ$ ;  $90^\circ + n \cdot 360^\circ$ )

- 292.** I triangeln  $ABC$  är vinkeln  $B$  aritmetiska mediet till vinklarna  $A$  och  $C$ ; sidan  $b$  är medelproportional till  $a$  och  $3c$ . Beräkna triangelns vinklar.  
(Svar:  $15^\circ$ ;  $60^\circ$ ;  $105^\circ$ )
- 293.** I ett regelbundet, 4-sidigt hörn är sidovinkeln  $\frac{2}{3}$  av diagonalvinkeln. Beräkna hörnets sidovinkel.  
(Svar:  $60^\circ$ )
- 294.** Bestäm vinkelkoefficienterna för två mot varandra vinkelräta kordor i parabeln  $y^2 = 4ax$ , så att avståndet mellan de mot kordorna svarande diametrarna blir så litet som möjligt.  
(Svar:  $\pm 1$ )
- 295.** I ett rakt, cylindriskt kärl, som står på ett horisontellt bord, hålles en vätska, tills systemets tyngdpunkt kommer så lågt som möjligt. Visa, att då detta inträffar, tyngdpunkten ligger i vätskans övre yta.
- 296.** Att upprita en triangel, då man känner en vinkel samt höjden och medianen från dess spets.