

# Bulletinen

15 maj 2019

*Svenska Matematikersamfundets Bulletin*

Redaktör: Ulf Persson

Ansvarig utgivare: Klas Markström

ISSN 2003-055X (Tryckt)

ISSN 2003-0541 (Online)



**Hans Rådström 100 år:** *Rådström, Enflo, Kiselman, Persson*

**Jaak Peetre död:** *Claesson, Sparr, Bergh, Janson, Persson*

**Matematik och Meteorologi:** *Anders Persson*

**Kosmologiska betraktelser:** *Lars Wern*

**Årsmöte Lund, 4 juni**

**Göran Gustafson Symposiet, KTH 12-14 juni**

## Bulletinen

utkommer tre gånger per år I Januari, Maj och Oktober. Manusstopp är den första i respektive månad

Ansvarig utgivare: *Klas Markström*  
Redaktör: *Ulf Persson*  
Adress: *Medlemsutskicket c/o Ulf Persson*  
*Matematiska institutionen*  
*Chalmers Tekniska Högskola*

Manus kan insändas i allehanda format .ps , .pdf , .doc Dock i tillägg önskas en ren text-fil. Alla texter omformas till latex

## SVENSKA MATEMATIKERSAMFUNDET

är en sammanslutning av matematikens utövare och vänner. Samfundet har till ändamål att främja utvecklingen inom matematikens olika verksamhetsfält och att befordra samarbetet mellan matematiker och företrädare för ämnets tillämpningsområden.

*För att bli medlem betala in avgiften på samfundets plusgirokonto 43 43 50-5.*  
Ange namn och adress på inbetalningsavin (samt om Du arbetar vid någon av landets institutioner för matematik).

### Medlemsavgifter ( per år)

Individuellt medlemskap, 200 kr  
Reciprocitetsmedlem 100 kr.  
(medlem i matematiskt samfund i annat land med vilket SMS har reciprocitetsavtal):  
Doktorander gratis under två år  
Gymnasieskolor: 300 kr.  
Matematiska institutioner: Större 5 000 kr, mindre 2 500 kr  
(institutionerna får själva avgöra om de är större eller mindre).  
Ständigt medlemskap: 2 500 kr (engångsinbetalning)

Man kan även bli individuellt medlem av EMS genom att betala in 220 kr till Samfundet och skriva EMS på talongen.

**HEMSIDA:** <http://www.swe-math-soc.se>

Här återfinnes bl.a. protokoll från möten

### STYRELSE:

ordförande *Klas Markström*  
090-786 97 21  
[president@swe-math-soc.se](mailto:president@swe-math-soc.se)

vice ordförande *Tomas Persson*  
046 - 222 85 86  
[vice-president@swe-math-soc.se](mailto:vice-president@swe-math-soc.se)

sekreterare *Olof Svensson*  
011-36 32 64  
[secretary@swe-math-soc.se](mailto:secretary@swe-math-soc.se)

skattmästare *Frank Wikström*  
046-222 85 64  
[treasurer@swe-math-soc.se](mailto:treasurer@swe-math-soc.se)

5:te ledamot *Jana Madjorava*  
031 - 772 35 31  
[bm5@swe-math-soc.se](mailto:bm5@swe-math-soc.se)

### ANNONSER

(Dessa publiceras inom en ram som denna)

helsida 3000 kr  
halvsida 1500 kr  
mindre 750 kr

Annonser i tre konsekutiva nummer ger endast dubbla priser d.v.s. 1/3 rabatt

Annonser inlämnas som förlaga  
samt i förekommande fall som text-fil, Dessa  
formateras om i PostScript

## Detta Nummer

*Ulf Persson*

I år är det hundra år sedan två svenska matematiker föddes. Hans Rådström och Lars Gårding. Lars Gårding var en internationellt känd matematiker medan Hans Rådström var mer lokal, ty begreppet internationellt känd är ofta missbrukad, vem av oss är inte känd av icke-svenska matematiker inom vårt specialområde? Lars Gårding hade förmånen av att leva ett långt liv, han dog som bekant endast för fem år sedan, medan Hans Rådström har nästan hunnit vara död lika länge som han levat. Unga svenska matematiker var inte ens födda när han dog, och de som minns honom är nu pensionärer. Man kan inte säga att han är bortglömd, ty de som träffade honom minns honom, utan snarare okänd. Därför låter jag Gårding anstå till nästa nummer, han har under årens lopp figurerat flitigt i Utskicket såväl som i Bulletinen med sina egna bidrag, och koncentrerar mig på Rådström i detta nummer. Det hela började med att jag skrev till Per Enflo och undrade om han inte skulle kunna tänka sig skriva om sin handledare Hans Rådström i samband med hundraårsjubileet. Den entusiasm med vilken han åtog sig uppgiften inspirerade mig till att bredda projektet. Således bidrager barnen Lena Malm och Anders Rådström med en text som dels ger information om Rådströms unga år dels om hur han tedde sig som familjefar. Per Enflo berättar, som sagt, dels om hur det var att handledas av honom, dels också återger blandade minnen, vilka kompletteras av ytterligare minnen av Christer Kiselman. Björn Textorius avslutar med att rapportera om Rådströms final i Linköping.

Jaak Peetre dog härom månaden. Liksom Gårding var han en flitig bidragare till Utskicket. Under så gott som tio år i början av 2000-talet underhöll vi ett livlig e-post utbyte, men tyvärr förmörkades hans sista tio år av livet av demens så kontakten bröts. Jag har bett Gunnar Sparr, Jöran Bergh och Svante Janson att bidra med minnen.

Slutligen har vi två återkommande serier att bjuda på. Nämligen Anders Perssons betraktelser över Meteorologi och matematik och Lars Werns kosmologiska betraktelser, däremot utgår tyvärr Jockum Anianssons matematikkrönika denna gång.

I ett kommande nummer hoppas jag kunna publicera en längre artikel av Juliusz Brzezinski om polsk matematik efter kriget och speciellt den polska invandringen av matematiker till Sverige i slutet av 60-talet. Inom denna ram kommer han även att ta upp Heinz Jacobinski som illustrerar en intressant aspekt av matematiken i Sverige. Jacobinski var den sista gymnasieläraren i matematik som blev professor. Detta karriärsteg var inte ovanligt fram till 50-talet men från och med införandet av Lärarhögskolor på 70-talet en orimlighet för att inte säga en absurditet.

P.S.

Efter att jag skrivit ovanstående och under att jag satt den sista putsen på Bulletinen, upptäcker jag i den dagordning som publicerats inför årsmötesförhandlingarna under det kommande Årsmötet en punkt 14. Man skall inte förvirras av det högra numret utan det rör sig om årsmötets enda icke-rutinartade ärende nämligen Bulletinens vara eller inte vara. Läsarna hänvisas till den exakta formuleringen på sidan 38. Om detta var jag inte informerad. Med tanke på den dåliga uppslutningen på årsmötena är det av största vikt att alla som engageras av frågan låter sin åsikt komma till tals oavsett om de har möjlighet att bevista mötet eller ej.

Jag har givetvis ingen aning om hur beslutet kommer att falla, så därför tar jag tillfället i akt att inför alla eventualiteter tacka för det förtroende jag åtnjutit och de gångna drygt femton åren med först Utskicket sedan Bulletinen, ty jag kommer knappast att ha tillfälle till detta efteråt.

Jag vill även understryka att detta gäller Bulletinens vara eller icke-vara och inte min egen ställning som dess redaktör, det senare är uppenbarligen av underordnad betydelse. I tidernas begynnelse fanns varken Utskicket eller Bulletinen, utan endast ett 'utskick' bestående av lösa blad i den packe som varje medlem fick sig tillsänd av Samfundets sekreterare, nu blir det, ifall Bulletinen försvinner, en återgång till det gamla systemet, om än i elektronisk form.

# Jaak Peetre 1935–2019

*Ulf Persson*

Första gången jag kom i kontakt med Jaak Peetre, om än högst indirekt, var försommaren 1969 när jag var nere i Lund på ett så kallat träningsläger inför matematikolympiaden som den sommaren skulle äga rum i Bukarest. Detta träningsläger leddes av Jöran Bergh och Tord Homlstedt. Detta var deras första, och de var lite förundrade över uppgiften, och till min tonåriga bestörtning hade de inte ens hört talas om Samfundets matematiktävling. Vad har detta med Peetre att göra? Inte mycket, men vi informerades om att de var studenter till Peetre, som då bara var ett namn för mig, men i alla fall ett namn. När jag kom tillbaka till Sverige utgjorde han en figur i min periferi, ty våra matematiska intressen var vitt skilda. Vi stötte på varandra med jämna mellanrum och utbytte inte många ord. Han var ett tungt namn inom svensk matematik (när han blev utnämnd till professor vid det nystartade LTH var han Sveriges yngste professor i matematik, och bland de få svenska professorer som blivit utnämnda före trettio års ålder), så mycket förstod jag, men jag såg honom väl mest som en något 'sur gubbe' benägen att fälla sarkastiska kommentarer och ibland somna till om konversationen tråkade ut honom, men jag har alltid haft en viss svaghet för 'sura gubbar' liksom för att fälla sarkastiska kommentarer. Roos, som inte bara var årsbarn med honom utan också studiekamrat sedan studenten (Vidar Thomee två år äldre, men vid den åldern en mindre evighet, har berättat hur han hade de två på räkneövningar och hur de tävlade ettrigt med varandra), berättade en gång upprört på en disputationssfest att Jaak var maratonlöpare, men hade fått rådet av sin läkare att motionera mera, på detta svarade en närvarande läkare att det nog snarast rörde sig om bristande kommunikation än något annat. Kanske det. I mitten av 80-talet engagerades vi bägge som redaktörer för Arkiv och vi träffades på årliga redaktionsmöten ute på Mittag-Leffler. Och så plötsligt ändrades detta. Mitt första brev skrivet den 3 januari 2001 utgjordes av ett längre svar på en fråga han hade ställt mig om vad didaktik egentligen var. Jag var då ordförande för samfundet och frågan om didaktikens ställning i lärarutbildningen var något som vid den tiden engagerade mig mycket. Jaak kom att avfärda det som ytterligare ett av dessa byråkratiska påfund. Drygt en vecka senare var det dags för min nästa missiv tydligen som svar på en fyllig kommentar till mitt första brev<sup>1</sup>. Sedan sände jag skrifter till honom, först om matematisk didaktik, men snart växte vi ur detta för oss något trista ämne, och brev och skrifter kom att handla om allt möjligt annat, ja ibland rent av om matematik. Strax efter att vår korrespondens hade börjat blev jag i min egenskap av samfundsordförande inbjuden att delta i firandet av Estlands matematiska förenings 125-års jubileum (alltså betydligt äldre än det svenska). I Estland var Jaak ett stort namn, han var deras egen son, och resan blev en anledning att närmare beröra hans estniska bakgrund han ofta återkom till. Jaak var inte bara en entusiastisk läsare av Utskicket utan även en flitig medarbetare (hans biografi i sin helhet var för lång för Utskickets men brottstycken publicerades). Han skrev bland annat en recension av Laurent Schwartz memoarer, som inte alls föll Hörmander på läppen. Denna korrespondens utspelade sig under nästan ett helt decennium och betydde en hel del för mig. Men allt har sitt slut och under 2009 uppdagades en viss förvirring hos honom, han klagade på att LTH infört ett sådant komplicerat e-postsystem att han inte längre mäktade sända några mejl (jag kan inte annat än sympatisera med honom när det gäller den moderna kommunikationstekniken och dess interface, men i detta fall var det tyvärr nog ett tecken på vad som komma skulle) utan i fortsättningen fick jag hålla till godo med handskrivna brev (jag var inte den ende, Roos fällde några kommentarer om de underliga kuver han inneslöt sina försändelser i). Kort därefter rann kontakten ut, och jag fick sedan höra rykten om att han var på ett hem och inte kände igen någon. Gunnar Sparr, som brukade besöka honom, rapporterade

---

<sup>1</sup> Min egen sida av korrespondensen har jag ögonblickligen tillgång till, 297 brev på sammanlagt drygt 750'000 bytes, däremot att leta fram hans sida av korrespondensen innebär mer arbete, och tyvärr, fruktar jag, till viss del fruktlöst ty breven tycks inte alltid sparas i mailboxen utan förintas när de blir för gamla.

dock att nämnde man Hörmanders namn, så fick man en stark reaktion. Demens hos de äldre är mycket vanligt och skambelagt, förr talade man om 'åderförkalkning' vilket var ett mildare och mer medkännande uttryck. När man är dement är man varken död eller levande, utan befinner sig i ett limbo, frångått sin värdighet. För mig och de flesta kolleger 'dog' han redan för tio år sedan. Det skrivs så mycket nonsense, även av dem som borde veta bättre, om hur man kan förebygga demens genom något slags mental gymnastik, lösa korsord, lära sig ett nytt språk, som om inte en matematiker dagligen skulle pressa sina små grå. Demens är en följd av en rent biologisk sjukdom i hjärnan, inte en fråga om intellektuell lättja. Ingen skulle komma på tanken att yvas över sin egen löpförmåga i jämförelse med en atlet som fått bägge sina ben avkapade.

Mitt sista brev till honom avsändes den 27/10 2009 och jag beklagade att han notis om Gelfand hade inkommit för sent för att inkomma i oktobernumret, utan fick komma i nästa. Jag misstänker att det hela glömdes bort av mig. Som ett smakprov på Jaaks korrespondens låter jag publicera hans svarsbrev till mitt första för att låta hans personlighet träda fram levande. Sedan publicerar jag den minnesartikel som Gunnar Sparr och Tomas Claesson skrev för Sydsvenska Dagbladet, men även minnen av den ovan nämnde Jöran Berg samt av Svante Janson.

## Matematik och matematikdidaktik<sup>1</sup>

*Jaak Peetre*

Käre Ulf!

Tack för att Du tog Dig tid att så utförligt besvara min förfrågan. Nu kanske jag har bättre förutsättningar, att läsa Din debattartikel i senaste Utskick. Den begrep jag inte alls. Jag tyckte, att den var virrig. Förmodligen därför, att Du utgick från att alla visste, vad det handlade om.

Matematikdidaktik, allmänt formulerat, är onekligen intressant. Men behövs det verkligen professorer i ämnet? På mig verkar det var något, som hittats på på övre ort av byråkrater, som inte visste riktigt, vad det handlade om. Slöseri med pengar.

Ingen vet, hur den mänskliga tankeprocessen egentligen går till. (Då jag hade en s.k. TIA, en transitorisk isochemisk attack, för litet mer än 1 år sedan, läste jag en diger bok om hjärnan. Den inleddes med, att utgivarna erkände, att de egentligen inte visste så värst mycket om den! Skönt att höra dylikt.)

Om matematiska upptäcktsprocessen har ju många kloka män skrivit alldeles utmärkta böcker (Poincaré, Hadamard, Polya, m.fl.).

Själv tror jag, att all matematisk verksamhet föregår med undermedvetandet, vad nu detta är. Det har jag många exempel på även nu, då jag är pensionerad. Jag gör ingenting särskilt och ändå väller ideligen över mig den ena befängda idén efter den andra. Jag tror, att VI FÖRÖDAR VÅRA LIV GENOM ATT UNDERVISA FÖR MYCKET. Åtminstone på forskarutbildningsnivån det, som handledaren kan göra, är att tala om för discipeln vad aom är gångbart, vad han (eller, feministerna icke att förglömma, hon) bör läsa. Sedan får det undermedvetna göra resten. Åtminstone har jag, i synnerhet på senare år, försökt konsekvent använda den tesen – jag tror, med relativ framgång. ATT FÖRELÄSA ÄR DET DUMMASTE, SOM MAN KAN GÖRA.

Nu riktar sig väl, enligt Din beskrivning, matematikdidaktiken inte till denna målgrupp.

Derivatan är ett mått på, hur en storhet ändras, ingenting mer eller mindre. Om man inte begriper detta, har man inte på matematikundervisningen att göra, åtminstone inte på högskolenivå.

En av anledningarna till, att jag själv en gång började läsa matematik var, att jag fascinerades av integraltecknet i en gammal bok, som min mamma hade (och som jag fortfarande tittar i ibland). Detta är förstås en grov karrikatur! Numera försöker jag intala mig ibland, att det var fel av mig att överhuvud börja läsa matematik. Jag borde ha blivit humanist i stället. I vart fall känner jag

---

<sup>1</sup> Brev från Jaak Peetre 11/1 2001

inte tillnärmelsevis samma entusiasm ens för mina egna infinitesimala upptäckter. Under 1990-talet läste jag i några års tid latin på klassiska institutionen. Jag fann detta intellektuellt mycket mera krävande och tillfredsställande än matematiken.

Emellertid behöver inte alla läsa matematik. För många gör det nu enligt min mening. Om det gäller ren terapi, vilket en hel del av högskoleutbildningen är, finns det många mycket mer trevliga sysselsättningar. Jag har ju redan anfört humaniora.

Kritik av i matematikundervisningen: Fel saker lärs ut och på ett fel sätt. En parodisk framställning av denna är följande. Kurledaren går igenom ett kursavsnitt (tex. Euklides algoritim) på föreläsningen och därefter räknas det på lektionerna i allmänhet meningslösa uppgifter på just detta avsnitt i en vecka eller två. Att fylla i siffervärden i färdiga formler. Uppgifter, som man i regel, kan lösa på några sekunder per dator. Förutom det rena terapivärdet är detta meningslöst. Det rent praktiska värdet är noll. Inte lär man sig något på det sättet. Hur en meningsfull matematikundervisning skall gå till, vet jag dock icke. Men i varje fall måste ingå mera historiska och allmänt kulturella aspekter. Matematik är inte så användbart, som man vill påskina.

De läroböcker, som användes, är undermåliga och tråkiga. Detta gäller högskolenivån såväl som i skolan. Mitt favorit-hatobjekt har varit Hellström-Morander-Tengstrand, Flervariabelanalys. Redan namnet ger mig kalla kårar. (Jag är en fridens man och är mot bokbål, men hade vi haft dylik (Gud be vare!), så hade detta varit en given kandidat.) Fel kategori av personer har tillåtits skriva böckerna. (eller läromedel, som man säger, om man vill låta politiskt korrekt). Ofta sådan, som Du kallar, charlataner. När får man se en Cours d'analyse av professor Ulf Persson? De böcker, som jag själv hade både i skolan och på universitet, var klart bättre. I varje fall tittar jag i dem med beundran och nöje i mån, som jag har varit klok att spara dem.

I jämförelse är böcker i fysik mycket mera attraktiva. Titta t.ex. på Hans-Uno Bengtssons alster.

Jag föreslår, att Du utvidgar Ditt eget brev och låter det publicera i någon form så, att andra också får taga del av det. Skriv gärna så frispråkigt som möjligt med utsättande av namn. Folk får lära sig tåla. Om någon är charlatan, så bör det sägas rent ut.

Lev väl!

Jaak.



## Vi minns Jaak Peetre <sup>1</sup>

*Tomas Claesson & Gunnar Sparr*

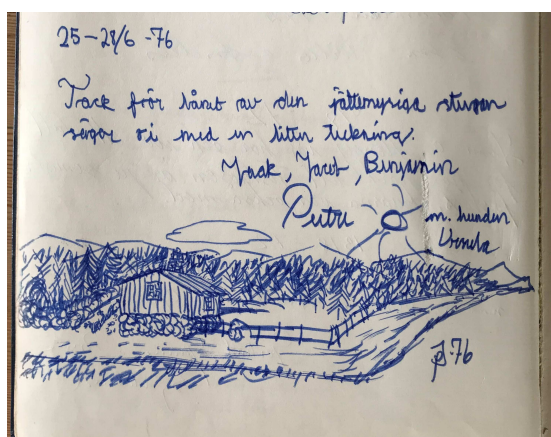
Professor em Jaak Peetre, Lund, har avlidit i en ålder av 84 år. Närmast anhöriga är barnen Mikaela, Jakob och Benjamin med familjer. Jaak föddes den 29 juli 1935 i Tallinn och växte upp i Pärnu, Estland. Till Sverige kom han i september 1944, i flyktingbåt över Östersjön, tillsammans med mor Linda (lärarinna) och bror Jaan. Pärnu stod då under attack av ryskt flyg, och två dagar efter flykten förstördes familjens hus. Fadern Artur (advokat) anslöt sig senare, och i januari 1945 slog familjen sig ner i Lund. Jaak hade före flykten gått ut grundskolan i Estland.

Han visade tidigt passion och begåvning för matematik. Detta förstärktes när han på Katedralskolan i Lund träffade den engagerade läraren Eric Malmsjö. (Jaak uppfattade dock den svenska skolan som mindre krävande än den estniska.) Tillsammans med den likasinnade vännen Jan-Erik Roos (sedermera professor i Stockholm) avverkade Jaak i ilfart universitetets grundutbildning i matematik och fysik samt forskarutbildning i matematik. Han disputerade 1959 på en avhandling

---

<sup>1</sup> Följande text publicerades på Familjesidan i Sydsvenska Dagbladet i april.

om partiella differentialekvationer. Han tillträdde 1963 professuren i matematik vid den då nystartade tekniska högskolan i Lund, LTH. Med undantag för ett gästspel vid Stockholms universitet 1988–1992 var han sedan Lund trogen fram till sin pensionering. Jaaks publikationslista omfattar mer än 200 artiklar, med titlar som utvisar en osedvanlig kunskapsbredd inom matematiken. Ytterligare en indikation på bredd och samarbetsförmåga är det stora antalet medförfattare, 44 st från 13 länder. Internationellt är Jaak välkänd som en av skaparna av den moderna interpolationsteorin för funktionsrum, spec ”the Peetre K-functional” (”the real hit of my life” enligt Jaak). Jaak är sedan 1983 ledamot av Kungliga Vetenskapsakademien. I efterhand står det klart att Jaak var en nytänkare även i andra avseenden. Snart efter det att han tillträdde professuren hade han en stor grupp av doktorander kring sig. Med idéer som är vanligare idag än då sökte Jaak skapa ett konstruktivt samarbetsklimat inom gruppen, bl.a. genom seminarier om aktuella problem, små och stora. Jaak handledde 16 studenter, vara fyra kvinnor, till doktors- eller licentiatexamen. Jaak kom efterhand också att intressera sig för matematikhistoria, och såg t.ex till att den Mittag- Lefflerska särtryckssamlingen blev dokumenterad.



I sådant arbete hade han stor nytta av sina språkkunskaper, förutom estländska och svenska även engelska, finska, franska, tyska, latin, ryska, spanska och något hebreiska. I den estniska kolonin i Lund fanns Irene Kunnos, som 1962 blev Jaaks fru. De fick tre barn, Mikaela, Jakob och Benjamin. Irene dog redan 1972, då Benjamin bara var fyra år. Att sköta hem och familj krävde mycket arbete och planering, där Jaak hade god hjälp av sin far. Flera gånger om dagen behövde han cykla hem för olika sysslor, och man kunde höra hur han med klapprande träskor rusade ner eller upp för spiraltrapporna på institutionen. Ett nyuppväckt intresse för fysisk aktivitet fick honom sedermera att springa 19 maratonlopp. Vi minns Jaak Peetre som en öppen och mångsidig personlighet och en god vän.

Teckning utförd av Jaak och införd i gästboken i familjen Sparrs sommarstuga i Dalarna.

## Min handledare Jaak Peetre

*Jöran Bergh*

Vid mitten av sextioalet – alltså för mer än femtio år sedan – var det runt ett halvdussin studenter som varje år klarade den beryktade ”fyra-betygs-skrivningen” (ett betyg per termin heltid) i matematik i Lund. Därefter kunde studierna (tre år enligt planen) till dåvarande licentiatexamen påbörjas. (Nästa steg var att söka vinna doktorsgraden genom att försvara en egen avhandling vid en disputation.) Undertecknad var en av de studenterna.

Vid denna tiden fanns det tre professorer i matematik i Lund som vi licentiat-studenter kunde välja att tillfråga om handledning – sedan den stora, gemensam för alla, obligatoriska kursdelen klarats av. De var samtliga verksamma inom Analys i vid mening, men de var synnerligen olika som personer. Jaak Peetre var den av de tre som föreföll mig skulle passa bäst som min handledare. Han var vänlig nog att acceptera handleda mig och gav mig ett antal särtryck av artiklar inom det fält där han då var verksam, nämligen interpolationsteorin eller teorin för interpolation av operatoruppskattningar i olika normerade vektor-rum. Något problem att fundera över fick jag inte, utan jag verkade förväntas att själv kunna finna någon lämplig fråga att besvara vid studiet av särtrycken. Jaak var alltid tillgänglig för diskussion av aspekter som kunde förefalla väl tekniska och han gav tålmodigt svar också på mina ofta fåvitska frågor. Efter någon tid lyckades det mig att presentera resultat som han ansåg kunde räcka för licentiatavhandlingen.

För mig var Jaak en idealisk handledare. (Senare kom vi att samarbeta på mer jämställd fot.)

## Min kollega och medförfattare Jaak Peetre

*Svante Janson*

Jaak Peetre hade en stor betydelse för min matematiska verksamhet under en viktig period av mitt liv. Detta visas bland annat av att vi har 13 gemensamma publikationer; Jaak är (på delad förstaplats med Béla Bollobás) fortfarande den matematiker som jag har skrivit flest gemensamma arbeten med. Dessutom har han och hans forskning inspirerat många andra av mina arbeten utan att han är medförfattare.

Jag kom i kontakt med Jaak någon gång i slutet på 1970-talet, ganska snart efter min disputation. Jag var på den tiden ibland i Lund på privat besök, och gick en gång upp på matematiska institutionen av nyfikenhet för att träffa nya kollegor och höra vad de höll på med. Jag minns inte om jag träffade Jaak själv redan vid mitt första besök, eller om det den gången "bara" var några av hans tidigare elever, men jag blev i vilket fall som helst väldigt intresserad och fascinerad av vad jag hörde om (abstrakt) interpolation av Banachrum, ett område inom funktionalanalys där Jaak var en av pionjärerna. Hans tidigare elever Jöran Bergh och Jörgen Löfström hade några år tidigare skrivit vad som blev standardboken i området, och som till stor del byggde på Jaaks idéer och resultat. Jag hade själv skrivit en avhandling inom harmonisk analys och fortsatte med liknande problem; funktionalanalys var viktigt där också, men då med konkreta funktionsrum av olika slag. Den abstrakta interpolationsteorin var helt ny för mig, men ändå inte så långt från vad jag kunde, och jag blev som sagt fascinerad av detta område. Jag började arbeta även inom det området och kom på nya resultat, vilket ledde till många fler besök i Lund och ett långt och nära samarbete med Jaak. Genom Jaak kom jag också i kontakt med andra matematiker inom området, t.ex. Michael Cwikel som jag fortfarande har kontakt med.

Mitt samarbete med Jaak gällde inte bara interpolation av Banachrum. Jaak var också intresserad av konkreta funktionsrum och operatorer på dem; han hade bland annat skrivit en bok om Besovrum. Detta låg nära vad jag hade gjort i min avhandling, och jag blev snabbt intresserad av även denna del av Jaaks verksamhet. Flera av våra gemensamma arbeten handlar om Hankeloperatorer i olika versioner och på olika funktionsrum.

Jag vill minnas att Jaak hade ett stort förråd av både olika idéer och olika problem inom dessa områden (och kanske andra också). Det fungerade väldigt bra för mig att samarbeta med honom, och mellan gångerna vi träffades skrev han ofta långa brev till mig. (För hand; detta var före eposten.) Jag minns dessutom en sommar på 1980-talet när Jaak bjöd mig och ett par utländska matematiker till sin sommarstuga i Värmland, där vi jobbade tillsammans under en intensiv vecka eller så. Jaak ordnade också några konferenser i Lund där en större grupp matematiker inom hans område träffades.

Så småningom upphörde mitt samarbete med Jaak, efter ca 10 intensiva år. Det skedde långsamt och gradvis, och berodde nog mest på mig, och på att jag fick andra matematiska intressen som så småningom tog allt mer av min tid. Delvis var detta en slumpmässig bieffekt av mitt samarbete med Jaak. Jag besökte nämligen ofta honom i Lund, och ibland bodde jag då i ett av institutionens gästrum. En morgon träffade jag till frukost en polsk matematiker som besökte en helt annan matematiker inom ett annat område (slumpgrafer) men jag blev intresserad av det också, och några år senare blev det ett av mina huvudintressen, på bekostnad av bl.a. mitt samarbete med Jaak.

Jag har naturligtvis träffat Jaak i olika sammanhang även senare, och ibland saknat vårt produktiva arbete tillsammans, men det blev aldrig av att ta upp det igen. Jaak var en speciell person, men jag hade aldrig några problem att arbeta med honom. Jag minns Jaak som en kunnig och energisk matematiker som var generös med sina många idéer.



# Hans Rådström

*Ulf Persson*

– Fasligt vad du är uppsnopsad.

Anmärker Jan-Erik Roos i korridoren på Hagagatan.

– Hans Rådströms begravning.

Svarar Göran Björck allvarligt och upklädd i svart kostym.

Roos tystnar förläget. Han är nyanländ till institutionen denna höst 1970 och i själva verket Rådströms efterträdare, men sådant tänker man inte på. En stol är en stol och många kan sitta på den under årens lopp. Varför har denna lilla episod fastnat i minnet och bevarats under ett halvsekel? Om detta kan man spekulera, är gamla minnen oftast en fråga om tillfälligheter eller döljer sig något djupare bakom dem? Uppenbarligen gjorde detta intryck på mig. Kanske för att detta bekräftade vad jag hade fått veta några veckor tidigare, nämligen att Rådström avlidit och gjorde detta nu definitivt. Kanske chockerades jag av den smått vanvördiga tonen hos Roos och fick mig att misstänka att Rådström var en stockholmsangelägenhet och för någon nyanländ från Lund var han bara någon i periferin.

Jag hade träffat Rådström tre år tidigare i samband med Samfundets matematiktävling som då administrerades av Svenska Dagbladet. Det var för mig en omtumlande upplevelse, som på ett avgörande sätt ändrade mitt liv<sup>1</sup> 'Det är endast en tillfällighet vem som vinner' anmärkte jag till Rådström med ungdomens spelade arrogans. Detta var en lögn även om den i och för sig må ha varit en sanning, ty jag tog det mycket allvarligare, på gott och ont, än vad jag ville erkänna. Jag satt jämte Yngve Domar vid den efterföljande middagen i SvD-huset, ty han var väl Samfundets ordförande vid den tiden, och han varnade mig för att som matematiker fastna i någon ofruktbar specialitet och att matematiken innebar mycket hårt arbete. Goda råd utan tvekan men kanske alltför långt fram i tiden för att engagera. Det var Rådström som jag minns och hur vi gymnasister satt och andäktigt lyssnade på honom vid middagens eftersits. Hur han berättade att en matematikbok skulle man läsa tills man körde fast och sedan läsa en annan och upprepa förfarandet (i oändlighet?). Matematik var således ett äventyr och inte ett karriärval. Han satt säkert och rökte och drack säkert en whiskey också, något som troligen imponerade på mig. Han utstrålade en sådan pondus och självsäkerhet som jag inte kunde annat än att fascineras av.

Jag kom att stöta på Rådström en gång till i livet. Det var ett år senare när jag besökte Hagagatan för att tentera tre betyg i matematik. Rådström tyckte att jag inte var riktigt klok, som fortfarande gick kvar i gymnasiet. Och jag minns hur han ondgjorde sig över de tävlande i matematiktävlingen, som han uppenbarligen var mycket engagerad i och nu höll på och rätta, och undrade om man verkligen fångade upp de bästa i denna tävling. Om honom florerade anekdoter, och min vän Andreas Wannebo berättade om hur en kollega hade talat om två serier som konvergerade samtidigt. Vad menar du, hade Rådström svarat, antingen konvergerar de eller inte. Och vi tyckte båda att han verkade så tuff, tänka sig kollegan som blev så tillplattad. Denna beundran kan kanske i efterhand synas en bit barnslig, vilket den nog var, men den återspeglar en attityd gentemot matematiken och dess intellektuella status, som jag misstänker inte längre finns idag. Jag blev besviken över att Rådström flyttade till Linköping när jag kom till Stockholm, institutionen på Hagagatan blev mycket tråkigare, det var som om dess 'själ' hade försvunnit. Svensk matematik kan ståta med många personligheter, Rådström tillhörde en av de färgstarkaste. Hur stor som

---

<sup>1</sup> Initiativet till Matematiktävling togs av Lennart Carleson och genom uppsalmatematikern Tord Hall, som regelbundet bidrog med artiklar till SvD, knöts denna till tidningen. Under 60-talet tog tidningen detta på stort allvar och problem och lösningar tilläts uppta flera uppslag, något som skulle vara otänkbart idag. Detta år uppmärksammades även tävlingen av SVT i ett inslag i nyhetsprogrammet Aktuellt (det var så mina föräldrar fick reda på resultatet) i dess enda kanal. SvD slog även upp det på första sidan, medan konkurrenttidningen DN givetvis ignorerade det fullständigt, (Expressen däremot noterade det). SvDs engagemang svalnade under åren för att i mitten av 90-talet helt djupfrysas. Nu är detta ett evenemang endast för de närmast sörjande.

matematiker han var, hade jag vid den tiden inte någon möjlighet att bedöma, och jag skall inte heller vara förmäten nog att i mogen ålder försöka mig på någon bedömning, men jag misstänker att han saknade det erforderliga sittfläsket att fullt ut genomföra sina idéer, därtill hade han inte det rätta temperamentet. Matematik är inte bara roligt och spännande, det innehåller även andra moment som inte är lika lustfyllda. Men detta är givetvis spekulationer från min sida.

Rådströms barn Lena (Malm) och Anders Rådström inleder med en rekapitulation av Rådströms uppväxt samt egna minnen om honom såsom familjefar. Det ligger i sakens natur att man gärna skulle vilja veta mera. Rådströms kritiska år som ung matematiker sammanföll med världskriget och under ett par år var han inkallad, vilket knappast underlättade hans studier. Vid den tiden levde fortfarande den legendariske Torsten Carleman och Fritz Carlsson, men den förre led av dålig hälsa och levde enligt Gårding<sup>2</sup> som eremit ute på Mittag-Leffler, och den andre var även han i slutet av sin verksamhet. Båda listas som handledare till Rådström i det matematiska genealogiprojektet. Man skall dock hålla i minnet att som licentiat kanske man fick lite hjälp, men när det kom till den gamla så kallade doktorsgraden förväntade man sig vara helt självständig. Mer eller mindre samtidigt som Rådström disputerade 1952, disputerade även Olof Hanner och Tord Ganelius formellt som studenter till Carlsson. I en självbiografisk bok med titeln 'Ett Haveri' av Hans Rudberg, nämns Rådström upprepade gånger<sup>3</sup> bland annat hur de under krigsåren och därefter försökt hålla matematiken vid liv genom ett regelbundet seminarium. I samma bok beskrivs även en gemensam segeltur i Stockhols skärgård, den som skulle visa sig bli Rådströms sista. Under denna färd diskuterades diverse existentiella frågor, kanske inte så djupsinnigt filosofiskt, ty därtill fanns inte ambitionen, utan det intressanta är snarare det temperament som avslöjas<sup>4</sup>. Rådström lissade 1946 och tillbringade åren 1948-50 vid IAS, vilket måste ha varit av avgörande betydelse för hans utveckling. Institutet var då känt för Albert Einstein, men intressanta för Rådströms del må ha varit von Neumann och den dator som utvecklades vid institutet<sup>5</sup>. Efter sin disputation 1952 blev han docent och sedan två år senare laborator vid KTH där han skulle verka i tio år tills han blev laborator vid Stockholms Universitet. Från tiden vid KTH kan jazzmusiker Olle Orrje berätta som bevistade i början av 60-talet Magnus Giertz utmärkta föreläsningar i funktionalanalys på liss-nivån. Rådström, känd som Pär Rådströms storebror, brukade dyka upp i slutet av dessa och inleda med föreläsaren en livlig matematisk diskussion, som Orrje beskriver som veritabla matematiska jam-sessions improviserade av gudabenaådade musiker. Vidare berättar Per Enflo om Hans Rådström som handledare, en berättelse som har stort oberoende intresse och ger en inblick i hur doktorandstudier kunde fortfarande te sig i slutet av 60-talet. Han kompletterar även med episoder som belyser vår huvudpersons personlighet, en tråd som även Christer Kiselman tar upp när ha diskuterar ett annat av Rådströms matematiska uppslag. Rådströms sista år kom att sammanfalla med en stor omvälvning i den svenska universitetsvärlden. De som var med under den tiden minns kanske akronym som UKAS och PUKAS. Fram till 50-talet tog endast några få procent av befolkningen studentexamen och livet vid universiteten var idylliska med fria studier och ingen bekymrade sig om genomströmning, istället kuggades studenter ogenerat och föll som kägglor på de begynnande ett- och tvåbetygsskrivningarna i matematik. Man talade även på den tiden om överliggare (man gick i skolan, satt på gymnasiet och låg vid universitetet) en företeelse som nu skulle vara obegriplig. Den bristande effektiviteten och det fria livet ansågs vara stötande, rekryteringen till universiteten måste breddas, studier stramas upp och bli mer resultatinkriktade. I slutet av 60-talet exploderade studentpopulationen, och studenter undervisades av studenter. När jag kom till Hagagatan hösten 1969 vimlade det av unga amanuenser och assistenter, som beroende på undervisningsbördan rangerades från första ner till

---

<sup>2</sup> 'Matematik och matematiker'

<sup>3</sup> Jag är tacksam för Anders Rådström som uppmärksammat mig på boken och sänt mig relevanta sidor.

<sup>4</sup> 25 år tidigare hade de gjort en liknande segling och då istället diskuterat möjligheten av kärnvapen. När Rådström då mönstrade av möttes han av löpsedlarna om Hiroshima.

<sup>5</sup> En utförlig redogörelse för detta finner man i George Dysons bok 'Turing's Cathedral'.

tredje. Undervisnings- och examinationslokaler var utspridda över hela Stockholms innerstad, som för övrigt var i fullfart med att rivas. Vad Rådström tyckte om detta (omvälvningen) vet jag inte men i akademiska kretsar var dessa reformer inte populära, ej mindre vad han skulle ha tyckt om de långsiktiga konsekvenserna, sådana som inte framträder förrän ett par decennier senare, och ofta aldrig kan förutsägas. Som avslutning berättar Björn Textorius om Rådströms år i Linköping som kom att bli så få och dessutom hans sista.

## Vår far Hans Rådström

*Lena Malm & Anders Rådström*

Hans föddes 26 mars 1919 på Karlbergsvägen i Stockholm av Berta (f. Genander) och författaren och redaktören Karl Johan Rådström. Familjen flyttade när Hans var några år till Råsunda i Solna där brodern och författaren Pär Rådström (1925–1963) föddes.

Hans var tidigt en problemlösare. Vid sexårsåldern fick han en arbetsuppgift av sin mor. Det var att riva ut tidningssidorna ur ett antal dagstidningar eftersom pappret skulle användas till att slå in porslin i för den årliga resan till ett hyrt sommarställe. Han lyckades avkräva sin mor ett löfte om att när denna arbetsuppgift var avklarad så skulle han arbetsbefrias. Hans tog resolut den första tidningen, vek upp den vid mittuppslaget och rev sedan av tidningen i mittuppslaget och fick på det sättet alla sidor i tidningen utrivna på en gång. Han gjorde därefter samma procedur med de övriga tidningarna och var klar med arbetsuppgiften på ca två minuter istället för på en timme. Hans mor hade inte räknat med att han skulle bli färdig så snabbt, men stod naturligtvis fast vid sitt ord och arbetsbefriade honom.

Hans tillbringade sin ungdom i Råsunda och var en funderande ung man. När han fyllde åtta år och skulle gå hem från skolan hade glömt bort att han fyllde år och att hans hem var fyllt med kamrater. På hemvägen strosade han istället runt i Råsunda och fastnade framför en leksaksaffär med ångmaskiner och tåg i skyltfönstret och höll därigenom på att missa sitt eget kalas i hemmet.

Vid 10 – 11-årsåldern började han intressera sig för logik och matematik och försökte få sin far att införskaffa en bok i matematik, men hans far tyckte att det var en onödig utgift när det i hemmet fanns så otroligt mycket andra trevliga böcker som Hans istället kunde ägna sig åt. Det nekade bokinköpet eldade på Hans intresse för matematik, och han insåg i tolvårsåldern att han ville bli matematiker. Vid 16-årsåldern flyttade familjen till Odenplan i centrala Stockholm och studierna bedrevs på gymnasium i Stockholms innerstad. Man skulle kunna tro att studentuppsatsen var i något naturvetenskapligt ämne, men Hans var också mycket intresserad av humaniora och kultur och skrev därför sin studentuppsats om de gamla grekerna.

Efter studentexamen kallades Hans in till kustartilleriet. Kriget bröt ut och när Hans äntligen skulle rycka ut efter ett drygt år så anfölls Danmark och Norge. Det innebar två extra års militärtjänstgöring (beredskapstiden) varav drygt ett år tillbringades på Söderarm i Stockholms ytterskärgård som hade ett kustartilleribatteri. Under lediga tider på Söderarm som stora delar av året var helt isolerat med is som varken bar eller brast pluggade han och blev klar med tre betyg i matematik.

Fil. Lic. 1946 vid Stockholms universitet, Han erhöll ett större stipendium 1948 och flyttade till Institute of Advanced Studies (IAS) i Princeton, New Jersey. Där verkade han som forskningsassistent mellan 1948 – 1950. I Princeton fanns massor av matematiker från hela världen som USA sög upp i en form av braindrain från såväl Europa som Asien. På trottoarerna promenerade Einstein omkring och funderade.

Enligt bevarade utskrivna telegramkopior på AIS brevpapper finns en förfrågan om Hans kunde arrangera kontakt för en intervju med Albert Einstein. Frågeställare var en känd kulturtidskrift i Stockholm, och de hade förmodligen fått reda på genom Hans far, förläggaren Karl-Johan Rådström, att Albert Einstein brukade promenera utanför Hans bostad. Någon sådan kontakt medverkade dock ej Hans med.

Hans fortsatta akademiska karriär innehöll att han blev fil dr. 1952, docent i matematik vid Stockholms universitet 1952, laborator vid KTH 1954 – 1964, Stockholms universitet 1964 – 1968, Professor vid Linköpings universitet 1968 – 1970. Under 1957 – 1958 var han gästprofessor vid University of Minnesota. Under tre månader efter tjänstgöringen campade Hans med familjen genom 38 av USA:s femtio stater och bodde i tält.

Under sextiotalet var Hans och hans fru Karin ständigt inbjudna till Nobelfesten 10 december. På den tiden var det inte ett TV-evenemang utan främst ett jättekalas för vetenskapsmän, politiker och andra prominenta. Det behövdes också gäster som kunde prata med pristagarna. Vid dessa tillfällen hittade Hans alltid fysiker och andra vetenskapsmän att diskutera med, och han kom alltid hem och hade bytt till sig cigaretter med ryssar och andra pristagare från öststaterna. Han förklarade alltid att visst var middagen trevlig, men det roliga var ju att träffa likasinnade och diskutera fysik och matematik. Festerna resulterade i att Hans införskaffade ett lexikon i Ryska för att kunna kommunicera bättre med dem.

Det kom årligen matematiker och fysiker från andra sidan järnridån (öststaterna inklusive Sovjetunionen) och hälsade på (föreläste) i Stockholm och de försågs alltid med pengar för spåravn etc. eftersom de bara fick ha med sig minimalt med valuta när de kom hit.

Hans hade stora både musikhistoriska intressen och kunskaper, och också kunskaper inom den matematiska och filosofiska historien. Ett av de stora intressena Hans hade var tonsystem och skalsystem och ett ivrigt karvande i greppbrädan på familjens stålsträngade gitarr gjordes, för att sedan med hjälp av en skruvmejsel skapa nya band (frets), knäppa tonintervall som ingen i familjen hade hört och som de tyckte lät som indisk musik. Det hela var naturligtvis uträkningar av längd på strängen och hur och var dissonans skulle uppstå eller inte. Han var mycket medveten om att han inte var någon musiker själv, men var övertygad om att många musiker var duktiga i matematik och att många matematiker var ännu duktigare i musik.

Hans hade en förkärlek för fysiska experiment, och det kunde vara allt från att böja koppartrådar som värms i ena änden och producerar kyla i andra änden till att bygga ihop radioapparater. Förmodligen en kvarleva från tiden då han extraknäckte som fysiklärare på Uppsala universitet under sin doktorandtid (vänster hand i fickan, skruva med höger hand).

Hans var inte lika förtjust i kemiska experiment. ”Kemiska experiment exploderar och luktar illa” var en skämtsam kommentar som han någon gång fällde.

Otaliga var hans berättelser om när han i Princeton och även i Pennsylvania hade fått komma med in i de stora datorerna som var hela hus fulla med elektronrör (ordet debugging kommer från att man gick in och rensade felaktiga elektronrör från löss som saboterade datorns uträkningar). Förutom artilleribanor så var det enligt Hans meteorologi som man försökte använda datorerna till och som krävde massor av beräkningar.

Hans hade den egenskapen att han i huvudräkning inte räknade speciellt snabbt, men det blev alltid rätt eftersom han visste precis hur han hade räknat.

Hans var storrökare och dog i en massiv hjärtinfarkt som han fick vid 18.30-tiden den 5 november 1970. Han skulle just öppna ett sammanträde på fakulteten i Linköping när han ramlade ihop bland närvarande deltagare som just höll på att samlas. Hans liv gick inte att rädda trots återupplivningsförsök. Det var första och sista hjärtinfarkten. Hans blev 51 år.

# Min handledare Hans Rådström

*Per Enflo*

Hans Rådström var en betydande matematiker, som genom sin idé-rikedom, kreativitet, originalitet och sina många elever gjorde en stor insats för matematiken. Med sin färgstarka personlighet, sin vidsynthet, sin ärlighet och sin integritet var han en viktig kraft i det svenska matematiska samhället. Han var min handledare och mentor från 1964 till sin alltför tidiga bortgång 1970. De råd jag fick vid våra möten var utomordentligt betydelsefulla. Men det var ofta långt mellan dessa möten. Min framställning här kommer därför att i hög grad handla om mina egna ansträngningar och om hur Rådström kunde hjälpa mig att arbeta vidare. Jag kan inte tänka mig att ha fått en bättre handledare.

Jag kom först i kontakt med Rådström på våren 1964, då jag tenterade för 4 betyg i matematik vid Stockholms Universitet. Han hade gett en förhållandevis lätt tentamensskrivning, vilket var tur för mig. Jag hade tidigare blivit underkänd vid två fyrabetygsprov och det fanns en fyragångersregel, som sade, att man blev svartlistad (vid alla svenska universitet, efter vad jag fått höra) och utsparkad ur systemet efter fyra misslyckanden. För mig kändes det naturligt att vända mig till honom för licentiat-studier och jag gjorde det efter min 4-betygstentamen. Jag hade visserligen fått höra att jag borde, för en karriär i Sverige, vända mig till den mäktiga, svenska matematikereliten. Rådström hörde inte dit, men tanken på att få en dominerande handledare tilltalade mig inte. Jag hade vid det laget redan funderat på att försöka göra en teori för ekvationssystem, där man blandade sammansättning av okända funktioner med andra operationer, t.ex:  $f \circ g = k, g \circ f = l$ ,  $k$  och  $l$  kända, finn  $f$  och  $g$ . Man kunde göra det mer komplicerat och använda uttryck som  $f \circ g + g \circ f \circ f$ , etc.

Bakgrunden till sådana funderingar var mina musikstudier i piano och komposition. En konstnär eller musiker vill ju försöka finna sin egen röst, sitt eget sätt att uttrycka sig, sitt eget sätt att skapa ett konstverk. Jag tänkte, att så ska man väl göra i matematiken också. I början av hösten 1964 visade jag Rådström något av vad jag gjort. Vid min utredning av det enkla specialfallet  $g \circ g = k$  sken han upp och sade: Det där är redan gjort, allt som är lätt är gjort, det finns bara svåra problem kvar. Och så berättade han att en elev till honom, Anders Lundberg, gjort en utredning om enparametriska grupper av homeomorfier av intervallet  $[0, 1]$ . Han gav ingen kommentar till mina funderingar om mer komplicerade ekvationssystem. Men han föreslog mig problemet att försöka hitta en oändligt-dimensionell grupp av homeomorfier av intervallet  $[0, 1]$ , där varje homeomorfi ligger på en unik, enparametrisk delgrupp. Det tog mig en dryg vecka att hitta en sådan grupp. Gruppen av lokalt högerlinjära, växande homeomorfier av  $[0, 1]$  är sådan (för varje homeomorfi  $f$  och varje  $t$  i  $[0, 1)$  finns ett (litet) intervall med  $t$  som vänstra ändpunkt, där  $f$  är linjär).

Jag visade detta för Rådström och han föreslog att jag skulle försöka generalisera elementär teori för Liegrupper till oändligt många dimensioner. Kanske jag kunde baka in mitt exempel i en sådan teori. Han rekommenderade Pontrjagins bok om topologiska grupper för Liegruppsteori. Där fanns även lösningar på Hilberts femte problem för kompakta grupper och kommutativa grupper. Om jag ville lära mig om lösningen på Hilberts femte problem, som visar att lokalt Euklidiska grupper är Liegrupper, kunde jag läsa boken av Montgomery och Zippin. Men dessa böcker behandlade endast ändligt-dimensionella grupper.

Efter detta möte med Rådström följde för min del ett halvt års famlande i mörker. Jag bläddrade igenom allt om topologiska grupper i Mathematical Reviews fr.o.m. året 1946, som var året för andra upplagan av Pontrjagins bok. Jag fann att elementär teori för Lie-grupper redan var generaliserad till grupper modellerade på Banachrum. Genom referenser fann jag att Birkhoff redan 1938 hade visat att grupper där  $(x, y) \rightarrow xy$  är kontinuerligt deriverbar är Liegrupper. Detta gällde såväl ändligt-dimensionella som oändligt-dimensionella grupper. Och detta var då också det starkaste resultatet på Hilberts femte problem också för det ändligt-dimensionella fallet. Så för min del var

det ingen idé att generalisera elementär Liegruppsteori, eftersom det redan var gjort. Jag började fundera på om det fanns någon chans att ersätta Birkhoffs deriverbarhet med något, som var svagare och jag började med kontinuitet. Det tog inte lång tid att se att detta var hopplöst. Jag räknade och fann att den mest naturliga avbildningen mellan  $L^p(0, 1)$  och  $L^q(0, 1)$  är en homeomorfi. Så om man kontinuerligt modellerar det ena rummet på det andra så blir gruppoperationerna (addition) kontinuerliga. Men man kan inte göra dem ens deriverbara, då rummen inte är linjärt isomorfa. Jag fann också genom Math. Reviews att Kadec var i färd med att slutföra sitt bevis, att alla separabla Banachrum är homeomorfa och att Mazur hade gjort min uträkning redan på 1920-talet.

Rådström höll 1964 föreläsningar om topologiska grupper. Rådström nämnde i dessa föreläsningar problemet huruvida en lokal grupp alltid kan utvidgas till en hel topologisk grupp. Han sade, att detta problem påminde om andra frågor, som visat sig vara teoretiskt omöjliga att besvara. Problemet var nämnt som olöst i båda upplagorna av Pontrjagins bok, både den från 1939 och den från 1946. I mitt grävande i Math. Reviews från 1946 och framåt hittade jag inget som tydde på att problemet blivit löst. Jag fann flera år senare – efter att jag själv ägnat lång tid åt det och lyckats lösa det – att problemet var löst redan 1941. Han nämnde där också att I. Segal 1946, några år före den slutliga lösningen av Hilberts femte problem, hade visat att lokalt Euklidiska grupper där  $x \rightarrow xy$  är kontinuerligt deriverbar för varje fixt  $y$  – gruppen är vänsterderiverbar – är Liegrupper.

Segals resultat anknyter till grupper av homeomorfier. Om man flyttar en sådan grupp genom  $h \rightarrow h - x$ , så att enhetselementet blir 0 i ett linjärt rum, får gruppoperationen formen  $(f, g) \rightarrow (f + x) \circ (g + x) - x = g + f \circ (g + x)$ . Så gruppen blir vänsterlinjär. Med lämplig metrik blir det en topologisk grupp, som är lokalt Banach. Gruppen satisfierar alltså Segals villkor. Men i en sådan grupp kan finnas element nära 0, som inte ligger på någon enparametrig delgrupp. Och det kan t.o.m. finnas element som ligger på ett kontinuum av enparametriga delgrupper. Så det är inga Liegrupper. Vad beror det på?

På senvintern 1965 kom jag på att om man kräver att gruppoperationerna skall vara lokalt likformigt kontinuerliga – detta är ju automatiskt uppfyllt i det ändligt-dimensionella fallet – så blir vänsterlinjära grupper (oändligt-dimensionella) Liegrupper. Och i maj 1965 kunde jag visa – med funktionalanalytiska argument som Baire kategori etc. kombinerat med manipulerande av gruppoperationer – att lokalt likformigt kontinuerliga gruppoperationer medför att derivatorna i en lokalt Banach, vänsterderiverbar grupp är kontinuerliga i normtopologi för operatorer. I de vänsterlinjära grupperna av homeomorfier är de bara kontinuerliga i stark operatortopologi. Och i slutet av maj 1965 kunde jag visa att en lokalt Banach lokal grupp med lokalt likformigt kontinuerliga gruppoperationer, där  $x \rightarrow xy$  är två gånger kontinuerligt deriverbar för fixt  $y$ , är en Liegrupp. Jag skrev ihop ett arbete om detta och kontaktade Rådström. Jag hade inte haft något enskilt möte med honom på vårterminen 1965, men nu träffades vi flera gånger i hans hem.

Rådström kom med mycket kritik. Men den var alltigenom värdefull och konstruktiv och rörde mest presentationen och språket. T.ex. borde jag dela upp beviset i ett antal lemmor, i stället för att ha det i en enda stor kaka. Och språket lämnade en del övrigt att önska. T.ex. hade jag i inledningen skrivit: "Rådström suggested me to study topological groups". Han kommenterade det med orden: "Det där låter som om jag har suggererat dig till att studera topologiska grupper."

Men han gav också beröm. Han sade, att han tyckte att jag verkade ha känsla för vad som är väsentligt och om jag fick bort kravet på två gånger deriverbarhet, så kunde arbetet publiceras. För att här gå händelserna litet i förväg, kunde jag snart få ner två gånger deriverbarhet till deriverbarhet plus ett Hölder-villkor på derivatan. Där tog mina metoder slut. I december 1966 – ett och ett halvt år senare – fick jag de idéer som behövdes för att visa att kontinuerlig deriverbarhet är tillräckligt. Och så blev Segals resultat till sist generaliserat, både till lokala grupper och till oändligt många dimensioner. Segal hade i sitt bevis använt starka ändligt-dimensionella verktyg, bl.a. Haar-mått, som dessutom krävde en hel grupp.

Rådström uppmuntrade mig att fortsätta att undersöka hur mycket av allmän teori för lokal-kompakta (kompakta) grupper, som kan överföras till grupper med lokalt likformigt kontinuerlig

(likformigt kontinuerlig) gruppmultiplikation. Den ganska triviala, mycket allmänna teorin kunde jag lätt överföra. Att lokal kvadratrotutdragning i grupper, som saknar små delgrupper är unik, lyckades jag också bevisa efter en måttlig ansträngning. Sedan blev det mycket svårare. Mazurs gamla uträkning från 1920-talet visade att enhetsbollarna i olika  $L^p$ -rum är likformigt homeomorfa, så det var ju inte tal om att den slutliga lösningen av Hilberts femte problem kunde generaliseras, inte ens för kommutativa grupper.

Hur som helst, det närmaste året, sommaren 1965 till sommaren 1966, arbetade jag mest med att försöka genomföra det program, som Rådström föreslagit. Och det ledde mig till att titta på det mer generella problemet: Tag en topologisk grupp, vilken som helst, och studera hur mycket Liegruppsegenskaper den har. Resultatet av dessa ansträngningar var ganska magert. Jag träffade Rådström några gånger under året och jag kommer ihåg några av hans kritiska kommentarer: ”Du kan ju inte kalla allting för Hilberts femte problem” och ”I ett teorem kan du inte ha ett så invecklat påstående, det är ingen som orkar läsa”.

Ett problem i den ovannämnda andan var det här: Liegrupper är lokalt nästan kommutativa, kan man rangordna grupper utefter hur kommutativa de är? Det fanns flera möjligheter för en grupp att vara extremt icke-kommutativ, en möjlighet var att alla element utom enhetselementet är konjugerade till varandra. Så jag undrade om det finns en sådan grupp. Jag hittade inget svar i Math. Reviews, så jag bestämde mig för att lösa problemet själv. Sommaren 1966 kom jag så på den här induktionsstrategin för att konstruera en sådan grupp:

Börja t.ex med den uppräknliga additiva gruppen av heltal. Tag två heltal och förklara dem konjugerade till varann genom att utvidga gruppen med ett nytt element, säg  $z$ . Den utvidgade gruppen är fortfarande uppräknlig och vi kan ta två element i den och förklara dem konjugerade till varann genom en ny utvidgning osv. Om man inte förstör struktur när man tar ett nytt induktionssteg – t.ex genom att låta två gruppelment få olika ordning – så får man till sist en grupp med de önskade egenskaperna.

Denna strategi – att omformulera ett givet problem till ett problem att finna struktur, som kan bevaras i ett lämpligt induktionsförfarande – kom några år senare att vara den övergripande strategin för mina lösningar av såväl Approximationsproblemet och Basproblemet i Banachrum som Invarianta Underrumsproblemet för Banachrum.

På sommaren 1966 hade jag också sett att om man lokalt modellerar en kommutativ grupp på ett likformigt konvext Banachrum – t.ex ett  $L^p$ -rum med  $p > 1$  – så att  $(x, y) \rightarrow xy$  satisfierar ett Lipschitz-villkor, då kan man i gruppen för alla  $y$  lösa ekvationen  $y = x^2$ . Detta är ett väsentligt steg för att visa att gruppen lokalt är ett linjärt rum. Så det var ett framsteg i andan av Hilberts femte problem. Ett Lipschitz-villkor är ju svagare än deriverbarhet. Beviset var enkelt och för en första approximation av lösningen till ekvationen, behövde man bara titta på fyra väl valda punkter. Jag kände på mig, att om man om man tittade på rätt konfiguration av fler punkter skulle man kunna lösa ekvationen  $y = x^2$  med ett Hölder-villkor, åtminstone i  $L^p$ -rum. I januari 1967 kom jag så på att den rätta konfigurationen är  $2^n$  punkter, nummerade som hörnen i en  $n$ -dimensionell kub. Så nu gick det att lösa ekvationen med ett Hölder-villkor på gruppoperationen, med exponenten beroende av Banachrummet. I stort sett tror jag inte man kan försvaga detta ytterligare, om man vill hitta linjär struktur i en grupp modellerad på ett Banachrum. Den olikhet jag använde kom några decennier senare att studeras i datavetenskap under namnet ”icke-linjär typ”.

När jag träffade Rådström på vintern 1967, tyckte han, att det jag gjort hade tillräckligt med substans för att räcka för en lic.-examen. Och han gjorde den här kommentaren: ”Ja, om det är för litet substans i ett lic.-arbete, kan man ju alltid lägga på litet generalitet för att få ihop det.” Och jag minns, att han senare gjorde den här kommentaren om att på konstgjord väg få ut mer av en matematisk idé: ”Man hittar på litet nya begrepp och så gör man en stor maskin och så vevar man litet. Men det brukar inte leda till något intressant.”

Från sommaren 1967 var jag inkallad för ett års militärtjänst. Efter flera års misslyckade försök, hade jag till sist lyckats byta min uttagning till fototolk till en uttagning, där jag fick ett års studier

i ryska. Min bror Hans hade haft tjänstgöringen ett år tidigare och talat för min sak inför de överordnade. Och i ett avgörande skede hade Rådström skrivit ett rekommendationsbrev för mig.

Språkstudierna gick någorlunda OK, men hade gått klart bättre om jag hade kunnat låta bli att fundera så mycket på matematik.

På hösten 1967 lyckades jag visa att en lokal grupp inte alltid kan utvidgas till en hel grupp. Problemet visade sig inte alls vara så omöjligt som Rådström hade nämnt att det kanske kunde vara. Om man gör en lång multiplikation i en hel grupp, blir resultatet detsamma hur man än sätter multiplikations-parenteserna. Men detta gäller inte nödvändigtvis alltid i en lokal grupp. För det kan hända att en stegvis övergång mellan två olika kombinationer av multiplikations-parenteser i en lokal grupp tvingar en att gå utanför den lokala gruppen. Jag använde min induktionsstrategi för lösningen. I slutet av hösten fann jag att Malcev hade löst problemet redan 1941. Malcevs bevisidé var densamma som min, men hans utförande var mer elegant och informativt.

I december 1967 gjorde jag ett första försök att arbeta på Basproblemet – frågan huruvida alla separabla Banachrum har en Schauderbas. Jag kunde se, att man alltid kan hitta en Markushevichbas. Och att steget därifrån till att hitta en Schauderbas var stort. Och jag kunde se att en Schauderbas måste ha en baskonstant – dvs. om man utvecklar ett normerat element i basen, finns en likformig begränsning på hur stora delsummorna kan vara. Men jag lyckades inte formulera om problemet till att passa något induktionsförfarande, och efter någon månad lämnade jag tillsvidare problemet.

Under militärtjänståret greps jag ibland av tvivel på att det var vettigt att fortsätta att utveckla matematiska teorier – ett tvivel som kommit tillbaka på senare år. Kanske var det vettigare att satsa på Artificiell Intelligens än att satsa på något som ändå skulle bli obsolet inom en inte alltför avlägsen framtid. Boken "Sagan om den stora datamaskinen" hade nyligen kommit ut, och jag såg en framtid, där maskiner utvecklat matematiska teorier med långa, invecklade påståenden och långa, komplicerade bevis – långt över vad en mänsklig hjärna kunde förstå.

Jag fick aldrig intrycket att Rådström kände den här typen av tvivel. Han ville ha snygga och enkla påståenden i matematiken. Långa bevis var OK, om det behövdes. "Matematik gör vi för människor" sade han en gång.

På sommaren 1968, efter min militärtjänstgöring, talade jag med Sten Olof Schönbeck på Stockholms Universitet. Han hade själv gjort arbeten om Lipschitz-avbildningar och hade sett en artikel av Lindenstrauss som handlade om likformigt kontinuerliga projektioner i Banachrum. Artikeln var mycket intressant och blev mycket betydelsefull för mig. Där var bevisat att  $L^p$  och  $L^q$  inte är likformigt homeomorfa, om  $p$  och  $q$  är olika och något av dem är större än 2. Fallet att både  $p$  och  $q$  låg mellan 1 och 2 var lämnat olöst. Jag kunde snart se, att den "icke-linjära typ", som jag utvecklat för att lösa  $y = x^2$  i grupper kunde användas för att lösa detta fall. Lindenstrauss' artikel innehöll också ett delresultat på Smirnovs problem, huruvida ett separabelt metriskt rum alltid är likformigt homeomorft med en delmängd av Hilbertrummet. Problemet hade varit olöst i ca 15 år och var relativt välkänt. Det var lätt att se att min "icke-linjära typ" gav ett starkare delresultat än Lindenstrauss', och detta var för mig en sporre för att se, om en starkare struktur än en icke-linjär kub kunde lösa Smirnovs problem.

För att använda min induktionsstrategi, var det naturligt att börja med ett "dubbelt simplex", som gick dåligt att bädda in i Hilbertrummet. Men jag fick inte till något induktionssteg, varje försök ledde till oöverskådliga komplikationer. Efter två månader kom jag på att jag skulle bädda in det dubbla simplexet i en lång direktsumma av cirklar. Därefter gick induktionen att genomföra, och man fick ett rum som inte var likformigt homeomorft med någon delmängd av Hilbertrummet.

Rådström gick mycket noga igenom beviset med mig. Det var ganska kort, och efter några timmar var han övertygad om att det var korrekt. Han gratulerade mig till lösningen och tyckte att den borde publiceras i Acta. Där blev den omedelbart refuserad och kom in i Arkiv. Några decennier senare kom min teknik att användas inom algebra och datavetenskap.



I Lindenstrauss' artikel fanns också nämnt följande problem: Om ett Banachrum är likformigt homeomorft med Hilbertrummet är det då linjärt isomorft med Hilbertrummet? Problemet var även öppet om "likformigt homeomorft" ersattes med "Lipschitz-ekvivalent". Detta problem passade in i mina ansträngningar på Hilberts femte problem. För om man genom att lösa  $y = x^2$  kan visa att den kommutativa gruppen man modellerat på ett Hilbertrum (eller ett likformigt konvext Banachrum) är ett linjärt rum, uppstår ju frågan om detta linjära rum är linjärt isomorft med Hilbertrummet.

För att gå händelserna i förväg, lyckades jag på sommaren 1969 visa att Banachrum som är likformigt homeomorfa med Hilbertrummet är linjärt isomorfa med Hilbertrummet. I grova drag togs steget från likformig kontinuitet till Lipschitz genom att en likformigt kontinuerlig funktion är Lipschitz för stora avstånd. Och steget från Lipschitz till linjär togs genom att jag på sommaren 1969 kom på ett sätt att dimension för dimension linearisera vissa Lipschitz-avbildningar.

I slutet av hösten 1968, kom jag så på ett sätt att komma tillbaka till Basproblemet: Om ett Banachrum har en Schauderbas med baskonstanten  $K$ , då kan varje ändligt-dimensionellt delrum bäddas in i ett större ändligt-dimensionellt delrum, av godtyckligt hög dimension, på vilket det finns en projektion med norm godtyckligt nära  $K$ . Detta faktum gav i princip en möjlighet till ett induktionsförfarande för att konstruera ett motexempel. Men man behövde ha kontroll över många växande följder av ändligt-dimensionella rum, och dessutom visa att normerna för projektioner på dem gick mot oändligheten. Det var en formidabel uppgift. Redan att visa att en projektion på ett delrum måste ha stor norm var långt ifrån trivialt och krävde ofta att man utnyttjade symmetrier hos delrummet.

Jag bestämde mig för testa min strategi på ett enklare problem: Konstruera ett Banachrum  $B$ , för vilket det finns ett (litet) tal  $a > 0$ , så att varje Schauderbas för  $B$  har baskonstant  $> 1 + a$ . Att visa att en projektion på ett delrum måste ha norm  $> 1 + a$ , kräver ofta bara att man tittar på några få punkter. Och man behöver inte ha kontroll över många dimensioner i taget.

Jag arbetade med detta hela våren 1969. Det gick så sakta framåt, men jag lyckades inte (ännu) få ihop alla bitarna. Jag hade berättat för Rådström i början av året, att jag tänkte jobba med Basproblemet. Han hade varken avrått mig eller uppmuntrat mig. Jag hade inte berättat för honom om mitt angreppssätt eller att jag tänkte börja med ett enklare problem. Rådström hade själv blivit kallad till en professur i Linköping, och det tog hans tid och krafter i anspråk. När jag i slutet av våren inte rapporterat något till honom, undrade han och sade till mig: "Nöt inte bort din ungdom på Basproblemet." Han kunde inte veta att han slog in öppna dörrar, och han visste inte heller att jag också var nära att lösa problemet om Banachrum likformigt homeomorfa med Hilbertrummet.

Från annat håll än Rådström fick jag klart besked. Jag fick veta att mitt sätt att arbeta inte var ett uttryck för matematiska ambitioner. Det var ett uttryck för sociala ambitioner.

I december 1969 fick jag så ihop alla bitarna och hade, i och med det, det starkaste resultatet på Basproblemet. Jag blev övertygad om att det i princip skulle gå att lösa hela problemet med min strategi, men att klara de tekniska svårigheterna såg ännu ut som en övermänsklig uppgift. Jag lämnade tillsvidare problemet. Rådström avrådde mig inte längre från att arbeta med det, han tyckte att jag kunde ha det som ett långsiktigt mål.

Några månader tidigare, i september 1969, hade något, som var mycket viktigt för mig, inträffat: Min isolering hade brutits genom att jag fått kontakt med två ledande funktionalanalytiker, Pelczynski och Lindenstrauss. I fem år, från 1964 till 1969 hade jag arbetat utan att diskutera mitt arbete med någon annan än Rådström – bortsett från de viktiga samtalen med Schönbeck på sommaren 1968. Jag hade aldrig varit på någon konferens – om man inte dit räknar sommarskolan i Harmonisk Analys i Sigtuna 1966. Jag hade där på piano ackompanjerat Hewitt, som spelade horn. En av skolans sista dagar frågade Hewitt mig vad jag höll på med i matematik. När jag svarade att det var en oändligt-dimensionell version av Hilberts femte problem sade han omedelbart: "That cannot be very important." När jag berättat litet mer mildrade han sig och sade: "O, that is certainly not my field."

Math. Reviews var den källa jag använde för att veta vad som var känt och icke känt. Jag hade inte hittat någon som intresserat sig för en oändligt-dimensionell version av Hilberts femte problem. Först när de tekniker jag utvecklat hade börjat ge resultat på geometriska problem i Banachrum, hade jag kommit in på något, som kunde tänkas intressera andra forskare. En senare bok om funktionalanalys av Lindenstrauss och Benyamini har dock ett kapitel om min generalisering av Segals resultat och annat besläktat material.

I september 1969 besökte Pelczynski och Lindenstrauss Stockholm. De var Polens och Israels ledande funktionalanalytiker, inbjudna av Edgar Asplund. De var mycket överraskade, när de fick veta om min existens. När jag berättat om några resultat frågade Pelczynski mig: "There is a problem, whether Banach spaces, which are uniformly homeomorphic to Hilbert space, must be isomorphic to Hilbert space. Have you heard about that?" Så jag svarade: "Yes, I have proved that". I all hast ordnades ett seminarium, där jag presenterade min lösning.

På sin föreläsning talade Pelczynski om Approximationsproblemet som det mest centrala problemet inom Funktionalanalysen. Det var besläktat med Basproblemet såtillvida att ett motexempel till Approximationsproblemet automatiskt var ett motexempel till Basproblemet.

Dagen efter träffade jag Lindenstrauss för att visa honom min lösning av Smirnovs problem. När jag gjort det sken han upp och sade: "Very clever!"

Rådström hade uppmanat mig att vara försiktig med att prata om resultat som inte var publicerade. Han berättade om en del tråkigheter som inträffat, inte för honom själv men för andra. Lindenstrauss hade inte den inställningen och jag anslöt mig till förhållningssättet att inte vara försiktig. Det har fungerat bra för mig. Utom en gång, och då kom det i slutändan att drabba den andre forskaren hårdare än mig.

I april 1970 disputerade jag för doktorsgraden. Lindenstrauss var förste opponent och Asplund var andre opponent. Mina föräldrar hade kraftigt uppmanat mig att försöka ordna att få Lindenstrauss som opponent, och jag lyckades med det. De trodde att en kompetent bedömning av mina arbeten skulle gagna min svenska karriär. Så blev det inte, men det ledde till ett gott betyg på doktorsavhandlingen, ett litet a, med tillägget att det högsta betyget kunde övervägas. Rådström sade, att om det fanns någon rättvisa i världen, så skulle jag få någon av de docenttjänster som utlystes. Men som bäst kom jag på tredje plats.

Dagarna efter min disputation diskuterade jag med Lindenstrauss. Han arbetade bl.a. med Approximationsproblemet, och, som så många andra, trodde han, att om man bara bättre kunde förstå och förstärka Grothendiecks angreppssätt, så kunde man lösa det, och visa att reflexiva Banachrum har approximations-egenskapen. Jag såg snart att det gick att formulera min induktionsstrategi för Approximationsproblemet, formellt blev den t.o.m. enklare än för Basproblemet. Min strategi gjorde ingen skillnad mellan reflexiva och icke-reflexiva Banachrum. Jag provade ett tag Lindenstrauss-Grothendieck's angreppssätt, men fick en klar känsla av att det inte träffade problemets kärna. Och Grothendieck hade själv övergått till Algebra. Det ryktades, att ett väsentligt skäl var att han inte hade lyckats med Approximationsproblemet. För att gå händelserna i förväg, när jag två år senare lyckades lösa Approximationsproblemet med min induktionsstrategi, var det just med ett reflexivt Banachrum, som inte hade approximations-egenskapen.

Vid tiden för min disputation hade Rådström redan arbetat ett år i Linköping. Och efter min disputation hade vi inga möten för att diskutera matematik. På disputationsmiddagen sade han att jag arbetat mycket självständigt och nästan aldrig hade följt hans råd. På något slags matematisk detaljnivå var nog detta riktigt, men – som framgår av det jag skrivit – var det fullständigt fel, om man såg det hela i stort.

Rådström dog i november 1970. Det var en stor förlust för matematiken i Sverige. För mig personligen var det en stor förlust. Jag hade alltid känt hans starka stöd och att han trodde på mig. Några månader efter hans död fick jag ett tvåårigt Miller Research Fellowship från University of California i Berkeley. Och inom drygt ett år därefter hade jag – genom att använda de insikter och

tekniker, som jag utvecklat under Rådströms handledning – löst det klassiska Approximationsproblemet för Banachrum och därmed också det klassiska Basproblemet, jag hade positivt besvarat den 30 år gamla frågan, huruvida ”uniformly convex” och ”uniformly smooth” är isomorft ekvivalenta och jag hade löst en rad öppna problem om  $L^p$ -rum.

## Titelsidans illustration

*Ulf Persson*



Porträttet visar Hans Rådström och är taget i Ateljé Römer i Stockholm 1952 och kan, enligt sonen Anders Rådström, som scannat det och sänt det till mig, vara det sista porträttet av fadern. Förr i tiden var det inte så vanligt med fotografier på familjemedlemmar, oftast togs sådana fotografier av en fotograf och det var då ganska högtidligt. Min egen pappa skaffade sig mörkrumsutrustning i mitten av 50-talet, framkallade och förstorade själv och sammanställde utsökta familje- och resealbum, men detta utgjorde således en seriös hobby som endast en minoritet ägnade sig åt. Fotograferandet blev vanligare under 60-talet dock utan att skaran av seriösa amatörer blev större. Den digitala revolutionen tog död på mörkrummen<sup>1</sup>, och i och med de moderna mobilkamerorna har antalet fotografier exploderat, man beräknar att de flesta fotografier som tagits, har tagits de senaste åren, och då just med mobilkameror.

Jag träffade Rådström bara ett par gånger och dessutom för över femtio år sedan och har således inte så klara minnen av hur han egentligen såg ut, dock detta fotografi förmedlar dock den pondus han utstrålade och som jag minns tydligt. Sonen beklagar att om man googlar på hans far dyker det bara upp foton av andra matematiker och det är en förhoppning att just detta, ganska unika fotografi, skall bli den ikoniska bilden av honom.

## Några blandade minnen om Rådström

*Per Enflo*

I matematiska institutionens fikarum fördes dagligen kl.15 livliga vetenskapliga diskussioner, och Rådström, med sitt stora kunnande och sina breda intressen var en aktiv deltagare. Själv var jag bara med ibland. Jag minns hur han redogjorde för matematiska modeller för hur sår läker och hur man kan slå ut recessiva anlag från en population. Dominanta anlag är ju lätt, eftersom det syns vilka som bär på dem.

Jag minns, att han en gång berättade hur han dagen innan hade tittat efter en artikel i *Mathematical Reviews*. Han kom ihåg precis i vilket nummer av tidskriften och på vilken sida han skulle titta. Men när han tittade där fanns ingenting. Och så pekade han på sitt huvud och sade med ett leende: ”Gubben är rubbad.”

Någon gång sade han att 26 år var den ålder då man kunde räkna med att börja bli senil och ”gaggig”. Jag kommer inte ihåg om det gällde alla människor. Han klagade ibland över att hans inkörstid för att komma igång med matematiskt tänkande hade blivit så lång.

<sup>1</sup> Jag ihärdade fram till mitten av 00-talet då det blev svårare och svårare att finna de nödvändiga kemikalierna, eller att köpa film för den delen. Fotografen Hans Gedda gav upp sitt hantverk i och med digitaliseringen, men fortfarande finns det en liten skara som ägnar sig åt svart-vit kopiering. Många hävdar att det svart-vita fotot är ur konstnärlig synpunkt överlägset färgfotot som anses smått vulgärt.

Som Göran Björck nyligen påminde mig om, fanns för Rådström bara ett godtyckligt tal: 17. Ett godtyckligt tal som var litet och positivt var  $1/17$ . Och det gick mot 0 genom att 17 gick mot oändligheten.

Och som han också påminde mig om: Liksom fransmännen hade ett samlingsnamn, Bourbaki, för sådant som flera matematiker gjort tillsammans och liksom matematikerna i Lund hade GASK, så tyckte Rådström att Stockholm inte skulle vara sämre. Hans förslag, som väl aldrig fick något riktigt genomslag var: Laban Bjerlekarp, Sverpevägen 17, SLUNTRUNDA.

Nu och då talade Rådström om "lifemanship", om olika tekniker att flyta ovanpå och trycka till sina medmänniskor. Hans intresse för detta förvånade mig, eftersom det var så långt ifrån hans egen sätt att vara. Jag tänkte, att det kanske hade med att göra att han – i mitt och många andras, kanske också sitt eget, tycke – blivit underskattad som matematiker. Den öppenhet och vidsynthet, ja, kompetens, som hade behövts för att förstå värdet av hans uppslagsrikedom, värdet av hans förmåga att finna nya intressanta vägar att utveckla matematik, den kompetensen fanns inte. Jag hörde ibland föraktfulla kommentarer som "Rådströms fantasier" eller Rådströms "Grand schemes".

Rådström lyckades inte alltid själv genomföra sina värdefulla uppslag, i flera fall har de senare framgångsrikt genomförts av andra matematiker. Jag kommer ihåg att jag hört honom frustrerat utbrista, när det var något, som han inte kunde lösa: "Det är för jobbigt att man inte vet hur det är."

Rådström upprördes av att Edgar Asplund, som var en internationellt känd funktionalanalytiker, inte lyckades i Sverige. Efter ett "sakkunnigutlåtande" sade han: "Nu har de varit taskiga mot Asplund igen." Asplund blev professor i Danmark, där han tyvärr gick bort i cancer, endast 43 år gammal.

Rådström hade en stark integritet. Han var noga med att göra rätt och göra det som var bäst för matematiken, oavsett om det var till hans egen för- eller nackdel. Han drevs inte av någon annan agenda. I sina utlåtanden om andra briljerade han inte med elaka formuleringar. När han kände att allt inte hade gått rätt till, kunde han säga: "Nu ska jag gnälla". Och så talade han om vad som var fel. Och sen talade han inte mer om saken.

Vid mina möten med Rådström talade vi bara matematik. Vi berörde aldrig personliga frågor eller politik eller något annat icke-matematiskt. Han kommenterade detta på middagen efter min doktorsdisputation: "Det fanns så mycket matematik att tala om, så det blev aldrig tid för något annat."

## Hans Rådström and how to define smooth functions on any set

*Christer Oscar Kiselman*

Hans Rådström was born in Stockholm on 1919 March 26, a little more than a century ago. He died in Linköping on 1970 November 05. He was Associate Professor (in Swedish *laborator*) at the Royal Institute of Technology from 1954 through 1964.

During his tenure at the Royal Institute of Technology Hans advised two students to the PhD (at the time called *Tekn Dr*) in mathematics. Lars Ingelstam defended his thesis *Studies in Real Normed Algebras* in 1964 (he later became Professor of Technology and Social Change at Linköping University). In 1967, Johan Philip presented his thesis *Reconstruction of intensity distributions*.<sup>2</sup>

Hans Rådström then moved to a similar position at Stockholm University, where he stayed from 1964 up to 1969. It was there that I came to know him.

---

<sup>2</sup> These two theses are not mentioned in the *Mathematics Genealogy Project* (checked 2019-05-14). I sincerely hope that they will appear there soon.

Part of Hans' wide interests in different branches of mathematics and applications led him to approach non-zero-sum games in a novel way. His results, however, were never published. For a similar situation, but with a different outcome, see the section on smooth functions below.

Hans acted for the creation of a single Department of Mathematics in Stockholm, joint for the Royal Institute of Technology and Stockholm University. He based his arguments on his experience from both institutions. That this was seriously considered by Stockholm University is illustrated by the fact that Göran Björck and several others visited Copenhagen, Aarhus and Oslo to see how such a "Mathematical Center" could function. The proposal was on the agenda for decades. Mikael Passare (1959–2011), when he chaired the Math Department at Stockholm University some fifty years later, acted in the same direction.

In the spring of 1969 Rådström was appointed Professor of Applied Mathematics at the Linköping Institute of Technology, later to become part of Linköping University (founded in 1975). He contributed with rare enthusiasm to the quality of research and education in this newly established institution. Gerd Brandell, who was with Hans in Stockholm and moved with him to Linköping as an assistant, remarks that he enjoyed creating something new and in accordance with his own ideas.

In addition to the two doctors mentioned above, he advised two more students to a doctoral degree: Per Enflo (PhD 1970) with thesis title *Investigations on Hilbert's fifth problem for non locally compact groups* and Martin Ribe (PhD 1972) with thesis title *On spaces which are not supposed to be locally convex*. Martin had also a second advisor: Edgar Asplund (1931–1974).

Lars Ingelstam and Hans kept a close friendship even after Lars left mathematics for other pursuits. After Hans' death in 1970 Lars went to Linköping to clean up his affairs.

## Afternoon tea at Stockholm University

Every day, at 15:00, there was an afternoon tea at the Math Department of Stockholm University. Hans was there and often initiated discussions on a wide range of topics. Mathematics, of course, generally with a philosophical touch, but he also often made provocative statements. He smoked all the time and filled the room with smoke. Those were the days.

## Advising interrupted

Hans was the advisor of Gerd Becker (now Gerd Brandell), who was writing a thesis for the Licentiate Degree. She did not finish before the death of her advisor and asked me to take over. All the mathematical ideas were there before this happened.

Gerd's thesis has the title *On the relation between the real and complex structures in some categories of complex linear spaces* (1971), and it was approved at Uppsala University.

## Can you define smooth functions on an irregular set?

On a  $C^\infty$  manifold you can define  $C^\infty$  functions, but what can you do without such a structure? Hans Rådström had a nice idea how to define smooth functions in a very general setting. He presented it to Jan Boman and me. We attacked his claims like hawks (his wording). His statements were not quite correct, which we discovered. However, the main idea was great and could be developed. Jan took this up in his paper (1967).

Let  $X$  be any set and define for a fixed  $m \in \mathbb{N} \cup \{\infty\}$  two mappings  $F_m$  and  $G_m$  as follows. Let  $\Gamma$  be any set of mappings from the real line  $\mathbb{R}$  into  $X$ , and  $\Phi$  any set of real-valued functions on  $X$ . Then we define  $F_m(\Gamma)$  as the set of all functions  $\varphi$  from  $X$  into  $\mathbb{R}$  such that the composition  $\varphi \circ \gamma$  is of class  $C^m$  for all  $\gamma \in \Gamma$ . We define  $G_m(\Phi)$  as the set of all mappings  $\gamma$  from  $\mathbb{R}$  into  $X$  such that  $\varphi \circ \gamma$  is of class  $C^m$  for all functions  $\varphi \in \Phi$ .

If we write  $\mathcal{P}(Y)$  for the family of all subsets of a set  $Y$  and  $\mathcal{F}(Y, Z)$  for the family of all mappings from  $Y$  into  $Z$ , then we can express this briefly as

$$\begin{aligned} F_m(\Gamma) &= \{\varphi; \varphi \circ \gamma \in C^m(\mathbb{R}, \mathbb{R}) \text{ for all } \gamma \in \Gamma\}, \quad \Gamma \in \mathcal{P}(\mathcal{F}(\mathbb{R}, X)); \\ G_m(\Phi) &= \{\gamma; \varphi \circ \gamma \in C^m(\mathbb{R}, \mathbb{R}) \text{ for all } \varphi \in \Phi\}, \quad \Phi \in \mathcal{P}(\mathcal{F}(X, \mathbb{R})). \end{aligned}$$

Thus  $F_m$  and  $G_m$  are mappings

$$\begin{aligned} F_m &: \mathcal{P}(\mathcal{F}(\mathbb{R}, X)) \rightarrow \mathcal{P}(\mathcal{F}(X, \mathbb{R})); \\ G_m &: \mathcal{P}(\mathcal{F}(X, \mathbb{R})) \rightarrow \mathcal{P}(\mathcal{F}(\mathbb{R}, X)). \end{aligned}$$

The pair  $(F_m, G_m)$  is a Galois connection, which means that  $F_m$  and  $G_m$  are decreasing and that  $F_m \circ G_m$  and  $G_m \circ F_m$  are larger than the identity. It follows that they are idempotent. All this dates back by almost two centuries: to the work of Évariste Galois (1811–1832) on the group of automorphisms of a field.

Hans Rådström defined smooth functions on a set  $X$  by fixing a set of curves  $\Gamma$  and then defining a function  $\varphi: X \rightarrow \mathbb{R}$  to be  $C^m$  smooth if it belongs to  $F_m(\Gamma)$ . As far as I know, he did not develop a theory, and he published nothing. A basic question is whether we get the usual  $C^m$  functions if  $X$  is a differential manifold and  $\Gamma$  is the set of  $C^m$  curves in the manifold; Rådström said that this is so, and Jan Boman (1967) proved it—for  $m = \infty$ .

More precisely, Jan proved that, for finite  $m \geq 1$ ,

$$C^m(\mathbf{R}^n, \mathbb{R}) \subset F_m(C^\infty(\mathbb{R}, \mathbf{R}^n)) \subset C^{m-1,1}(\mathbf{R}^n, \mathbb{R}).$$

Here  $C^m(\mathbf{R}^n, \mathbb{R})$  denotes the space of all functions on  $\mathbf{R}^n$  with real values whose derivatives of order at most  $m$  exist and are continuous, while  $C^{m-1,1}(\mathbf{R}^n, \mathbb{R})$  is the subspace of  $C^{m-1}(\mathbf{R}^n, \mathbb{R})$  consisting of functions whose derivatives of order  $m-1$  are all Lipschitz continuous. Jan proved that the first inclusion here is strict; obviously so is the second. Hans Rådström's claim (or was it just a conjecture?) that this would work for every finite  $m$  was therefore not true, but when taking the intersection over all finite  $m \geq 1$ , the loss in differentiability is of no consequence, and we see that  $F_\infty(C^\infty(\mathbb{R}, \mathbf{R}^n)) = C^\infty(\mathbf{R}^n, \mathbb{R})$  proving Rådström's claim for  $m = \infty$ .

Jan Boman has also obtained an explicit description of  $F_m(C^m(\mathbb{R}, \mathbf{R}^n))$  for all finite  $m \geq 1$  (personal communication 2008-09-18).

For  $m = \infty$ , Eike Petermann (1979) developed a formalism in the framework of category theory. Finally, Michor (1984), Kriegl & Nel (1990), and Kriegl & Michor (1997) developed a theory for global analysis using smooth curves.

I published a remark about this method to define smooth functions (2010: Example 5:14). It fits nicely into my ideas on lower and upper inverses of mappings between ordered sets, a concept generalizing Galois correspondences.

## Semigroups embedded into normed vector spaces

Hans Rådström published a paper (1952) where his main goal was to prove that a semigroup can be embedded into a normed vector space when it satisfies certain conditions. This paper inspired Lars Hörmander (1931–2012) to write a paper (1955) proving similar results using the support function and the duality in convex geometry based on the pioneering work of Werner Fenchel (1905–1988).

*MathSciNet*, the web version of *Mathematical Reviews*, lists nineteen publications with Rådström's name in the title. Most of these are concerned with the embedding mentioned here, called the *Rådström embedding* in some titles. Several titles mention *Minkowski–Rådström–Hörmander space*, used for the space into which a semigroup is embedded.

## In conclusion

Hans Rådström's ideas were received with interest and curiosity by several mathematicians. His open mind and his friendly manners inspired continued research. His generosity in sharing his conjectures was highly appreciated, and led to valuable contributions to science.

## References in chronological order

1952. Rådström, Hans. An embedding theorem for spaces of convex sets. *Proc. Amer. Math. Soc.* **3**, 165–169.
1955. Hörmander, Lars. Sur la fonction d'appui des ensembles convexes dans un espace localement convexe. *Ark. mat.* **3**, 181–186.
1967. Boman, Jan. Differentiability of a function and of its compositions with functions of one variable. *Math. Scand.* **20**, 249–268.
1979. Petermann, Eike. On a method of constructing categories. *J. Pure Appl. Algebra* **15**, 271–281.
1984. Michor, Peter. A convenient setting for differential geometry and global analysis. *Cahiers Topologique Géom. Différentielle* **25**, no. 1, 63–109; no. 2, 113–178.
1990. Kriegl, A.; Nel, L. D. Convenient vector spaces of smooth functions. *Math. Nachr.* **147**, 39–45.
1997. Kriegl, Andreas; Michor, Peter W. *The convenient setting of global analysis*. Mathematical Surveys and Monographs, 53. Providence, RI: American Mathematical Society.
2010. Kiselman, Christer O. Inverses and quotients of mappings between ordered sets. *Image and Vision Computing* **28**, 1429–1442.

Uppsala University, Department of Information Technology  
Paper address: P. O. Box 337, SE-751 05 Uppsala  
Amber addresses: [kiselman@it.uu.se](mailto:kiselman@it.uu.se), [christer@kiselman.eu](mailto:christer@kiselman.eu)  
URL: [www.cb.uu.se/~kiselman](http://www.cb.uu.se/~kiselman)

## Mina minnen av Hans Rådström

*Björn Textorius*

### En förhistoria

Som nyantagen F-teknolog vid KTH hade jag höstterminen 1958 Hans Rådström som föreläsare i differential- och integralkalkyl. Hans sätt att föreläsa och arbeta med matematik gjorde ett djupt intryck på mig. Detta var det ämne, som jag ville ägna mig åt. Under mina senare studieår vid KTH, som övningsassistent vid institutionen Matematik I, träffade jag honom ofta under de kursmöten, som han som kursföreläsare skickligt och genomtänkt hade med sina övningsassistenter.

### Historien

Den 1.7 1969 tillträdde jag en tjänst som ordinarie universitetslektor i tillämpad matematik vid den nyinrättade Linköpings Högskola, embryot till Linköpings universitet, och mötte igen Hans Rådström, som den 17.2 av interimsstyrelsen hade kallats till professuren i samma ämne. Den redan existerande filialutbildningen i matematik vid filosofisk fakultet (med Ingemar Lind som universitetslektor och ledare) och tekniska magisterutbildningen (med Magnus Tideman som universitetslektor i matematik) inleddes i institutionen med Hans som ämnesföreträdare. Hans hade stor nytta av sin diplomatiska skicklighet för att genomföra detta på ett smidigt sätt. Vi fick också under det första läsåret personalförstärkning genom att Lars-Erik Andersson och Peter Hackman anställdes som extra universitetslektorer. Nu gällde det för Hans att som huvudansvarig organisera verksamheten, så att den första studentkullen kunde börja sin utbildning höstterminen 1969. Kursplanerna, väsentligen övertagna från KTH, hade interimsstyrelsen för högskolan fastställt.

En varm sommardag i juli 1969 träffades vi för första gången i Linköping för att fördela arbetsuppgifterna. Hans utsåg mig till studierektor för civilingenjörs- och teknisk magisterutbildningen i tillämpad matematik. En av mina första uppgifter var att finna lärare för lektionsgrupperna. Flera av Hans Rådströms doktorander i Stockholm följde lyckligtvis med till Linköping

och bildade grundstommen och jag lyckades värva kompetenta gymnasielärare, som sedan under flera år förtjänstfullt hjälpte oss med gruppundervisningen. Tillämpad matematik hade tillsammans med Informationsbehandling, särskilt numerisk analys, sina lokaler – ett kontorslandskap med en rad småkontor längs en sida av det stora rummet – i Gamla Linnefabriken vid Platensgatan, en gammal tegelbyggnad runt en innergård med fruktträd. Det första årets verksamhet präglades av ett hårt uppbyggnadsarbete, en känsla av pionjärskap och en stark sammanhållning med Hans som medelpunkt. Jag har många goda minnen av våra gemensamma dagliga lunchpromenader, oftast till Svarta Tjuren i stadens centrum, under vilka Hans brukade tala om intressanta matematiska problem, som blev ämnen för våra lunchsamtal.

### **Det sorgliga slutet på historien**

Under en kvällstillställning i studenthuset Herrgårn i Ryd hösten 1970, där Hans, jag och andra från institutionen deltog, drabbades Hans av en hjärtinfarkt. Ambulansfärd till sjukhuset, Hans var död. Hans Rådströms död avbröt en begynnande verksamhet, som med hans skickliga ledning och mångsidiga forskarkompetens kunde ha byggt upp en god forskningsgrupp omkring honom, gynnad av goda relationer med SAAB, där Magnus Tideman tidigare hade arbetat i många år.

### **Därefter**

Under slutet av 1970 och 1971 hjälpte vi oss fram med vikarier på professorstjänsten, där vi, som var kvar, så gott det gick även försökte upprätthålla en forsknings- och seminarieverksamhet, ända tills Kjell-Ove Widman 1972 tillträdde som professor och historien tog nya vägar.

## **Karen Uhlenbeck**

*Ulf Persson*

Som de flesta läsare av Bulletinen säkert känner till tilldelades Karen Uhlenbeck Abelpriset tidigare denna månad. Detta är första kvinnan som fått Abelpriset och en av de få kvinnor som fått ett prestigefyllt matematiskt pris överhuvudtaget. Således, mig veterligen, uppmärksammades Abelpriset för första gången i de svenska medierna.

Karen Uhlenbeck föddes Keskulla (hennes farfar var est med namnet Kessküla) 1942 och avlade sin grundexamen vid University of Michigan 1964. Hon påbörjade sina doktorandstudier vid Courant Institute (del av New York University) men flyttade på grund av giftermål och avslutade vid Brandeis University i Bostonområdet där hon fick sin Ph.D. 1968. Sedan följde anställningar vid M.I.T. Berkeley, University of Illinois at Urbana och sedan en längre sejour vid University of Chicago innan hon 1988 flyttade ner till University of Texas vid Austin, med vilket hon huvudsakligen är förknippad. Hon arbetar med partiella differentialekvationer med stark geometrisk anknytning, ett område i vilket hon anses vara en av de ledande pionjärerna. Hon har även engagerat sig för 'Women in Mathematics' och beklagat att kvinnor ha så få kvinnliga förebilder inom matematiken (i brist på sådana fick hon se upp till Julia Child – en pionjär inom TV-kockeriet). Hon har tidigare belönats med en hel räckta av utmärkelser. *MacAuthor Fellow* (83), medlem av *American Academy of Sciences* (85) och *National Academy of Sciences* (86) etc och hedersdoktor vid Universitetet i Illinois vid Urbana, Ohio State, Michigan, Harvard och Princeton.

Förhoppningsvis kan vi i ett kommande nummer ge en närmare presentation.



# Not so beautiful equations - the Angular Momentum Paradox

Anders Persson

My latest article about "beautiful equations" ended with something like a "cliff hanger", the so called "Angular Momentum Paradox" in dynamic meteorology. It referred to a traditional way to explain the large scale circulation by considering air moving in north-south direction over latitude bands. This was first applied in the 18th century but based on the erroneous principle of conservation of absolute velocity. The predicted wind directions agreed fairly well with reality but the wind speeds were highly exaggerated.

During the 19th century ballet and skating became increasingly popular. The way they regulated their rotational speed by moving their arms inward and outwards illustrated the law of conservation of angular momentum. The temptation to apply this model to the large scale atmospheric circulation became irresistible, among others to the great German physicist Hermann von Helmholtz (1821-94) who, in a paper 1888, considered an air parcel, or ring of air around a latitude circle, being displaced poleward (fig1).

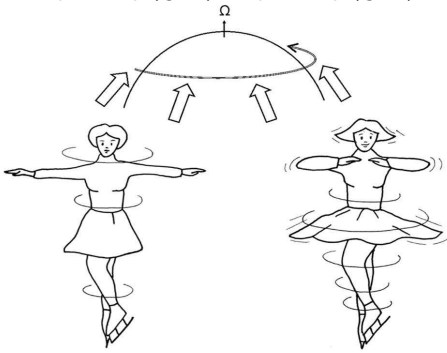


Figure 1: The similarity between air converging towards higher latitudes and the ice-skater increasing her rotational velocity by moving her arms inward formed the basis for using conservation of angular momentum to explain some of the large scale circulation patterns in the atmosphere.

In this mechanical model the earth is considered as a rotating "aqua planet", i.e. with no continents, where material bodies are supposed to be displaced meridionally under frictionless conditions conserving its absolute angular momentum around the earth's axis ( $\mathbf{M}$ ). The sum (or integral) of the tangential velocity of all elements multiplied with their mass and distance ( $\mathbf{R}$ ) from the rotational axis ( $\mathbf{\Omega}$ ) define the angular momentum as

$$M = R \times (R \times \Omega) \quad (1a)$$

which may be treated as a scalar where  $\phi$  is the latitude

$$M = \Omega R^2 \cos^2 \phi \quad (1b)$$

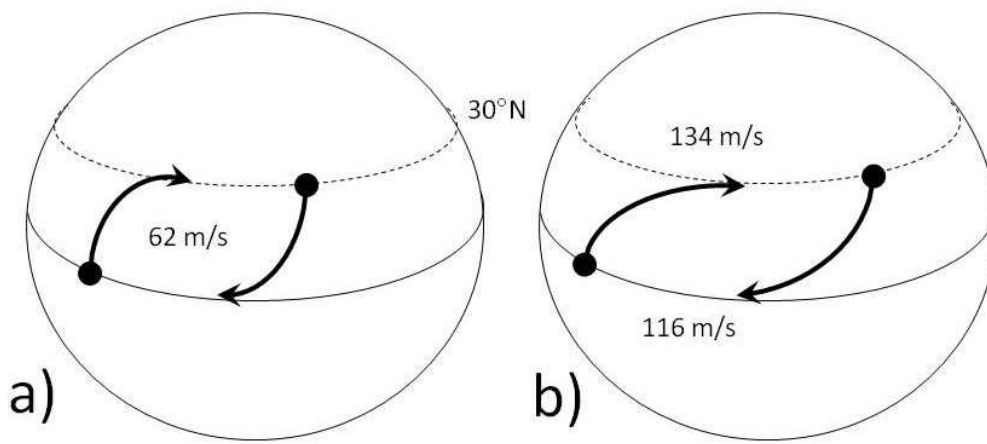
since the direction of the Earth's rotational axis is fixed in space. An object with no motion in east-west direction at initial latitude  $\phi_0$  would at the arrival at latitude  $\phi_0 + \Delta\phi$ , conserving its angular momentum, have a motion from west by  $u_W$ .

$$M = \Omega (R \cos^2 \phi_0)^2 = R \cos(\phi_0 + \Delta\phi) (\Omega R \cos(\phi_0 + \Delta\phi) + u_W) \quad (2a)$$

where  $u_W$  at the arrival latitude  $\phi_0 + \Delta\phi$  is given by

$$u_W = \frac{\Omega R (\cos^2 \phi_0 - \cos^2(\phi_0 + \Delta\phi))}{\cos(\phi_0 + \Delta\phi)}$$

The fundamental problem von Helmholtz, and others after him, encountered was that when the erroneous model of conservation of absolute velocity was replaced by the correct principle of conservation of angular momentum, the results got much worse, the excessive winds doubled in strength (figure 2).



a) The erroneous principle of conservation of absolute velocity

b) The correct principle of angular momentum conservation

Figure 2: Explanation of the low latitude wind pattern, the Trade winds in the Tropics and the Subtropical Jet stream around 30° N using the concept of a) conservation of absolute velocity and b) conservation of angular momentum on air displaced over the latitudes.

The 50-70 m/s Subtropical jet stream at about 30° latitude which according to the wrong principle was given a velocity of 60 m/s, was now supposed to be more than 130 m/s strong.

The fact that a correct principle gave much worse result than an erroneous was by the German meteorologists Bernard Nais coined the "Angular Momentum Paradox". Several explanations have since Helmholtz's time been brought forward to explain why these excessive winds do not materialize: friction, turbulence, convective cloud systems or, the most popular, a breakdown of the winds into vortices, low pressure systems.

The meteorological community has remained sceptical to these explanation on both theoretical and practical grounds: there is not much friction in the free atmosphere, to explain something as "turbulence" is dubious since there is no real understanding what "turbulence" is and the latitudes around 30° are characterized by vigorous anticyclonic high pressure systems with few convective clouds or low pressure systems.

One of the consequences has been is that the Subtropical Jet stream, one of the strongest and most persistent jet streams is not supposed to be "understood". Therefore it does not figure prominently in the meteorological literature and was, in an article in the American journal *Weatherwise* (February 1997), called the "Cinderella among jet streams" and "in need of a publicity agent". In particular, there is no agreed explanation why the Subtropical jet stream only appears on the winter hemisphere (fig 3).

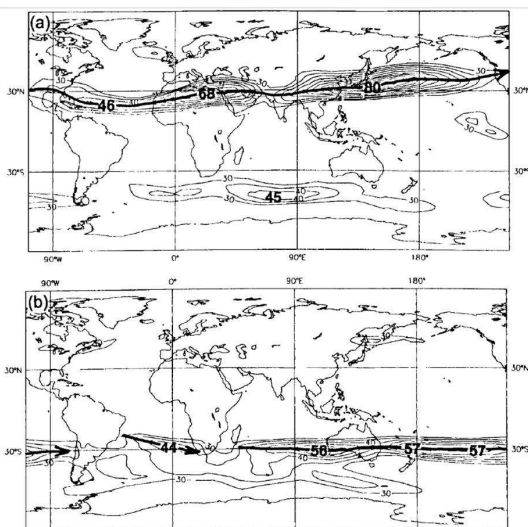


Figure. 3 (a) The mean wind speed at 200 mbar (c. 12 km) during February 1999. Isolines are drawn at 5 m/s intervals. The Northern Hemisphere subtropical jet stream is clearly seen around 30° N, whereas its counterpart in the Southern Hemisphere is weak. The mid-latitude jet streams around 50° N do not feature strongly in the monthly averages due to their great day-to-day variability.

Figure 3 (b) As (a) but for August 1999. The subtropical jet stream in the Northern Hemisphere has disappeared, but its counterpart in the Southern Hemisphere is clearly seen around 30° S. The mid latitude jet streams around 50° S are still visible due to their strength and interaction with the subtropical jet. Bold values show local maxima.

## To think "outside the box"

There is a notion that scientists, especially in the mathematical disciplines, must be hugely intelligent and, in particular, great mathematicians in order to make great discoveries. I'm not sure about this. At least as important is to be able to "think outside the box", to be able break away from the conformity of the time and preconceived opinions (fig.4).

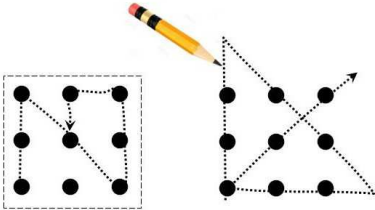


Figure 4: "To think outside the box". The task is to join the nine spots with four lines, without lifting the pen. The lines are allowed to cross each other. There is no restriction how far from the dots the pen can operate, but humans tend to "invent" a border closely surrounding the dots. It then becomes impossible to perform the task. The challenge is to "think outside" this imaginary box.

All explanations of the "Angular Momentum Paradox" were coming from "inside the box", they were attempts to solve a meteorological problem by meteorological methods. What was needed was someone "thinking outside the box". This man turned up, his name was Homer W. Clough (1869-1957).

Clough was employed as a statistician by the US Weather Bureau in Washington and did not belong to the "dynamical community". Although his speciality was statistics he seems to have acquired a basic understanding of classical mechanics. Perhaps this helped him to "think outside the box" and realize that **there were no "paradox", there were no excessive winds to explain, indeed there were no wind increases at all**, the problem lied in the assumed physical condition under which the conservation of angular momentum was supposed to take place: – *What mechanism brings the air from one place to another, while it conserves angular momentum?*

## The deceptive conservation laws

The great advantage with conservation laws is that we do not necessarily have to be concerned about how the body under consideration moves from A to B conserving some property. But this simplicity is deceptive. *We have, however, to make sure that the motion is physically possible, what physical mechanisms are at work.*

In almost all meteorological texts the answer to the question of how the ring of air (alternatively air parcel) has been displaced from one latitude to another, has been quite similar: it has been assumed to "drift", "glide" "move (freely)", "be set in motion", "be projected" or "pushed". All these words are expressions for some sort of *impulsive motion*.<sup>1</sup> But objects given an impulsive motion over the earth surface will, due to the Coriolis Effect, follow a so called "inertia circle" trajectory (see fig. 2 in the first article in Bulletinen 15 februari 2018 or figures 5 and 9 in Bulletinen 15 maj 2018).

The strong winds were not generated by or a consequence of the angular momentum conservation, they had to be applied at *the start* by an impulsive force in order **to enable** the air parcel to reach the desired latitude before being deflected by the Coriolis effect.

---

<sup>1</sup> The idea about an impulsive motion might however be partly due to a mistranslation. In his original German text von Helmholtz (1888) used the verb "verschieben" which means "displaced", but was in the English edition 1893 translated as "push" which, according to Oxford English Dictionary, can mean both to apply a steady and impulsive force.

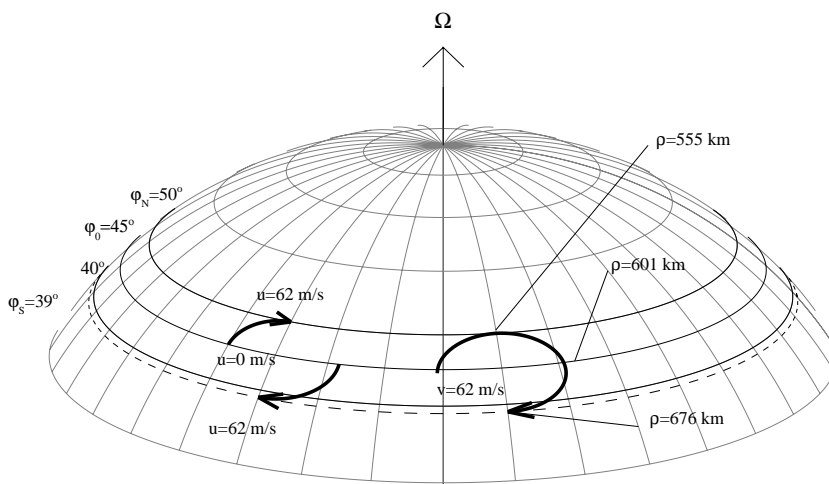


Figure 5: The frictionless motion of a material body displaced from 45°N over a rotating planet can be understood in two ways. It can be seen (left) as an angular momentum conserving motion after having been given a meridional impetus of 62 m/s and, when reaching its northernmost latitude at 50° N, have its zonal velocity increased from zero to 62 m/s, or (right) with the same impetus, by the Coriolis effect brought into an "inertia circle" oscillation. Note that the motion is not symmetric around the original 45° N latitude because of the latitudinal variation of the Coriolis parameter  $\rho$  indicates the radius of curvature of the inertia circle.

A displacement from the equator to the 30° latitude needed an initial impulsive force generating a 134 m/s velocity. When reaching 30° N, the air parcel would be travelling due east, but soon deviate to the SE along an inertia circle. Such a model can of course in no way explain anything in the general circulation.

Clough published an article "*The Principle of the Conservation of Angular Momentum as Applied to Atmospheric Motions*" in "*Monthly Weather Review*" August 1920 (pages 463-65). It was taken up by his boss, the Chief of the US Weather Bureau in an article of his own about "fallacies in dynamic meteorology" in the same journal in October 1920. Their papers were discussed at a meeting at the British Meteorological Office 17 October 1921, with the Director Sir Napier Shaw and other leading British meteorologists. They agreed with Clough and Marvin

The conclusion of the meeting, that this way of using angular momentum conservation was highly misleading, was then made in the textbooks in dynamic meteorology written by one of the participants, professor David Brunt (1933 and 1944).

Twenty years from 1921 nothing was more heard about conservation of angular momentum in this way. But in 1941 the Swedish-American meteorologist professor Carl Gustaf Rossby revitalized the old erroneous angular momentum conservation model in a popular scientific essay about "modern meteorology" distributed all over the American meteorological community. Perhaps he was unaware of the American-British debates 1920-21<sup>2</sup>? If he was, he might have not understood them, in particular the difference between impulsive and forced motion. I have found that this distinction is not familiar to meteorologists of our days.

## Elementary mechanics

In the preface to his book "*The Variational Principles of Mechanics*" Cornelius Lanczos wrote in 1949:

*The student who is thoroughly acquainted with the smallest details of atom-smashing apparatus often has entirely confused ideas concerning the difference between mass and weight, or between heavy mass and inertial mass.*

To put it very briefly: it might be very difficult to lift a big stone here on earth and when we give it a kick it doesn't move but our foot gets hurt. On the moon however, we can easily lift the

<sup>2</sup> Rossby might have harboured a personal grudge against Charles Marvin who had been his boss at the US Weather Bureau 1926-28 but given the young Swede the sack after subordination, providing Charles Lindbergh with weather forecast without authorisation.

stone, but when we give it kick it remains motionless and it hurts our foot. *Trying to lift the stone is to apply "forced motion", giving it a kick "impulsive motion".*

To "atom-smashing apparatus" we can today add conceptions of the "Big Bang" and "Black Holes". Unfortunately, Lanczos criticism is today relevant not only for students, but also their teachers, their professors.

## Mathematical formalism

When I have submitted papers to different meteorological journals about the "Angular Momentum Paradox" they have been rejected because the reviewers didn't see the difference between "forced" and "impulsive" motions. The exception has been the quarterly journal of the Danish Meteorological Society, "Vejret" in August 2015. This is because the education in meteorology in Denmark by tradition has been less mathematical formalistic and with a stronger emphasis of explaining the physics behind the equations.

Their editorial board understood, in contrast to some Swedish and British ones, the differences between "forced" and "impulsive" motion and were happy to accept an article (written in Swedish and translated by a Danish colleague at SMHI, Adam Dybbroe.

When the air is displaced poleward, not by an impulse, but with a force, everything works out. Since the force is determined by a north-south (meridional) pressure gradient there is no torque that could violate the angular momentum conservation. The air is accelerated poleward and deflected to the east by the Coriolis effect - but the force still remains directed north-south.

I have recently realised that the reason why meteorologists have not thought about this other way to conserve angular momentum, was that they thought that also the force would be deflected eastward and thus violate the angular momentum conservation.

In summer the upper winds from the Tropics start south of the Equator, in summer north of. This means that when the winds reach the maximum latitude they are much stronger in winter than in summer. And most beautiful: almost irrespective of the initial latitude (ranging from 10° S to 10° N, the wind maximum occurs at about the same subtropical latitude 20-25° N, just south of the mean position of the Subtropical Jet stream (figure 6).

### Luften konvergerer på samme breddegrad

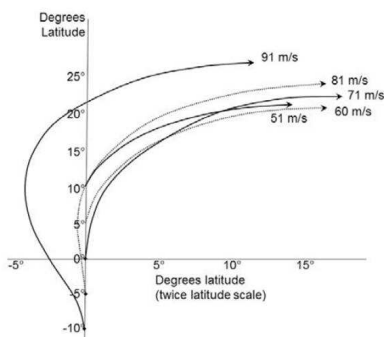
Gordon og Shaw havde i 1954 beregnet trajektorierne for luft i den øvre troposfære, som fra ækvator accelereres nordpå af en meridional trykgradientkraft på 1 mm/sek<sup>2</sup>. Fra ækvator accelereres luften hurtigt nordover, eftersom corioliseffekten fra star-

ten var så godt som umærkelig. Men jo stærkere den blev nordpå, jo mere begyndte bevægelsen at afvige til højre, mod øst, for mellem 20-25° at opnå en maksimal hastighed på 71 m/s.

Hvis luften startede 5-10° nord for ækvator, greb corioliseffekten stærkere ind næsten

straks og drejede vinden mod øst. Med større vinkel mellem bevægelsen og den meridionale acceleration nåede vinden kun at tiltage til 50-60 m/s, inden den nåede maksimal-bredden 20-25°N, dvs. overraskende nok samme bredde-bånd, som når luften startede fra ækvator.

Endnu mere overraskende var det, at omtrent samme bredde-værdi blev nået, når luften begyndte at accelereres fra 5-10° syd for ækvator. Nu nåede vindhastigheden op til 80-90 m/s på den nordligste bredde. Dette berøede givetvis på, at luften nu i længere tid befandt sig i de coriolissvage områder mellem 10°



Figur 9. Trajektorieberegninger for luftpakker, som fra mellem 10°S og 10°N accelereres af en mod nord rettet trykgradientkraft på 1 mm/sek<sup>2</sup>. Næsten uafhængigt af, hvor i det 20° brede areal mellem 20°S og 20°N, luftpakken starter, når den i gennemsnit et 5° bredt bånd mellem 20°N og 25°N.

side 28 • Vejret, 144, august 2015

comes significant the angle between the force and the wind direction increases and the acceleration slows down.

Figure 6: Page 28 in my Danish article about the "Angular Momentum Paradox". Almost irrespective of the initial latitude, the forced motion brings the maximum wind to about the same latitude.

The only discrepancy is a slight underestimation of the final latitude and, more important 50% excessive winds. But that is easily explained by the well known "geostrophic adjustment", i.e. how the wind and the pressure field adjust to each other. In that process the wind weakens (loss of kinetic energy) while the horizontal pressure gradient sharpens (increase of potential energy).

But the key to understand the trajectories is to realize the latitude dependence of the Coriolis effect, zero at the equator, maximum at the poles. With no or almost no deflection at low latitudes the poleward directed pressure gradient force can fully accelerate the wind, when the Coriolis effect be-

## Misplaced intuitive thinking

Much more can be said about this and it involves some "beautiful" mathematics, but it maybe in a future article. Now I would like to end with some comments on intuitive understanding of physics.

In his book from 1963 "*Fysiken och människan*" (Physics and Man) by Tor Ragnar Gerholm he criticised attempts to make modern physics intuitively understood by "breakneck (and absurd) thought experiments" (p. 37). It is, according to Gerholm, counter-productive since it unavoidable leads to impressions that modern physics is "mysterious":

*An anti-intellectualism is sneaking in draped in the mantel of quantum mechanics. The "uncertainty relation" becomes a kind of battering ram for metaphysics. The strict deterministic world picture of celestial mechanics has broken and in the cracks God and Wonder again sneak into the world of physics." (p. 39)*

Instead of trying to intuitively understand classical mechanics and physics, there is a drive to intuitively understand quantum mechanics and modern physics which is impossible. Perhaps the wide interest is not motivated by an interest in physics but to find a substitute for a lost religious belief.

On the other hand trying to intuitively understand classical mechanics is quite possible, but neglected, perhaps because it is less "sexy". This has led to a situation, discussed in "American Journal of Physics" among others that students might be able to derive and manipulate the basic equations, but are thinking like Aristotle, for example that it needs a force to keep a motion going, with no force an object will be at rest and so on.

I do not want to withhold information about the "Big Bang", "Black Holes", "the Uncertainty Principle" etc to laymen - but it should also be made clear that in everyday life a good intuitive understanding of classical mechanics is much, much more useful - and ignorance of it can cause disasters.

# Universum och den vitruvianske mannen

*Lars Wern*

Under antiken blev geometrin använd för att beskriva både universum och människan. Exempelvis beskrev arkitekten Vitruvius människokroppens proportioner i en bild som Leonardo da Vinci omvandlade ett och ett halvt årtusende senare till världens mest ikoniska teckning. Den är känd under namnet "den vitruvianske mannen" och har i bilagd bild blivit bearbetad på ett sätt som tjänar syftet att göra en vågtolkning av tiden och av universum begriplig med ett fåtal rader.

Fysikgeniet Albert Einstein sa en gång att universum och den mänskliga dumheten föreföll honom oändliga båda två, men om universum var han inte helt säker... I vart fall beskrevs kompression pga tyngdkraft av honom som krökning i en fyrdimensionell geometri där rummet är kombinerat med tiden. Baserat på tron att universum måste vara evigt hållbart hittade han på en statisk modell där en repulsiv kraft skulle motverka tyngdkraften.

I bilden åskådliggörs den statistiska modellen för universums utsträckning av mannens horisontellt utsträckta armar. Efter upptäckten att universum expanderar betraktade Einstein den påhittade repulsiva kraften som sitt livs största dumhet. Tron på att universum var statistiskt ersattes av tron på en expansionsstart kallad "den stora smällen". Expansionsstartens maximala kompression och dess avståndsbarn för allting representeras i bilden av mannens nedåtsträckta armar med ihopslagna handflator.

Efter upptäckten av expansionen började fysiker att beskriva expansionsförloppet på ett detaljerat sätt i en vetenskaplig motsvarighet till den bibliska skapelseberättelsen. Dessutom försökte de besvara frågan om den pågående expansionen kommer att bromsas upp tillräckligt av tyngdkraften för att övergå i en kompression avslutad med att all materia förstörs i en process kallad "den stora krossen". Somliga såg ett cykliskt förlopp för "stora smällen" och "stora krossen" som troligt. Men flertalet föredrog idén om en så långsam uppbromsning att expansionen fortsätter i oändlighet med allt mer kyla och tomhet.

När det upptäcktes strax före millennieskiftet att universum verkar expandera med ökande hastighet såg fysikerna Einsteins repulsiva kraft som sin räddningsplanka. Men hans tro på en evigt hållbar rumtid har nästan alla nu bytt till en tro på acceleration mot oändligheten som i bilden representeras återigen av de utåtsträckta armarna. Några fysiker spekulerar i att accelerationen kommer att upplösa Vintergatan, solsystemet, vår planet, grundämnena och allting. Idag talar överhuvudtaget ingen auktoritet inom fysiken om något annat än meningslösheten och de mörka framtidsutsikterna för universum.

Med en vågtolkning av tidens flöde och innersta natur öppnas ett fönster till en mer hoppgivande förståelse representerad av mannens uppåtsträckta armar. Under Internationella Astronomiåret 2009 blev den vågtolkningen publicerad av Svenska Matematikersamfundet. En uppföljning publicerades 2012 (SMS Bulletinen nr 3, sid 31). Det är inget nytt att försöka tolka allt i naturen som vågor. Elementarladdningar och ljuspartiklar är kontinuerliga vågfenomen. De har i ostört tillstånd oändlig livslängd. Idén om oändligheten för universums expansion kan genom vågtolkningen av tidens flöde ersättas med idén om ett beräkningsbart maximum som kommer att följas av kompression till ett avståndsbarn i motfas till expansionsstartens avståndsbarn.

Mannens uppåtsträckta händer korsas av en graf som har ett exponentiellt förlopp och som bland annat åskådliggör accelerationen efter expansionsstarten. Den grafen går att härleda från en mer grundläggande graf som har ett sinusvågformat förlopp och som symboliskt har blivit underlaget för mannens fötter. För universum innebär vågtolkningen två halvperioder med var sin riktning för tidsflödet och två nollgenomgångar med ett avståndsbarn som svarar mot ihopslagna handflator i uppåtsträckta (ej visat) såväl som nedåtsträckta positioner för mannens armar. Varje avståndsbarn svarar mot en övergång i fysikernas begreppsvärld från "den stora krossen" till "den stora smällen". I båda halvperioderna sker expansion mot ett maximum. Efter maximum nr 2 följer kompression nr 2 som avslutas med återgång till den första halvperiodens expansionsstart.

Vågtolkningen erbjuder en hållbar bas för tvivel på expansionens acceleration mot oändligheten, på tron att "mörk energi" är dominant i universum och källa bakom en repulsiv motkraft till tyngdkraften, och på diverse framtidsoptimism om tidsresor såväl som tyngdkraftens avskärmning under rymdskepp. Fysikens auktoriteter byter ogärna åsikter, men en dag kan vågtolkningens överensstämmelse med verkligheten bli sedd som självklar.

## Beyond Hawking

### Another such superstar in science is highly unlikely!

*Lars Wern*

Stephen Hawking has been the Albert Einstein of our time. He became recognized as a prominent physicist who popularized the mysteries of the universe. But his thinking resulted, unlike the thoughts of Einstein, neither in mass destruction weapons nor in any products used in our daily life. And the universe seems more mysterious now at his death than when Einstein died. While another such superstar in science is highly unlikely, perhaps instead a skunkworks project team will in a near future get famous from pioneering research at those frontiers on which some light is shed in the following lines.

Many physicists believe, like Hawking and Einstein, in the possibility of explaining all the physical forces by means of "a theory of everything". Considered the holy grail of physics, it would be something to celebrate like the first steps in 1953 on the highest peak of Mount Everest and in 1969 on the surface of the Moon. However, the Nobel laureate Steven Weinberg has expressed a common opinion of the leading authorities: "The more the universe seems comprehensible, the more it also seems pointless". Einstein had to abandon a static model of the universe and Hawking abandoned a dynamic model with a nice symmetry for an oscillation back and forwards in time. Presently, a pointless universe is proposed as existing either in an infinite series as described by Roger Penrose. Paul Steinhardt and others or in a multiverse as described by Andrei Linde.

While time has been described as an illusion in line with the view that the universe seems pointless, a wave interpretation of its flow makes everything less mysterious. Physicists describe elementary charges as having infinite existence if left alone and the same goes for photons. A continuous wave model is applicable on both these elementary particles so why not try it also on corresponding yet to be discovered elementary particles of gravity? Could that open a door to make all the physical forces described by a unified field theory as sought in vain by Einstein and others? I showed some years ago in an article entitled 'Beyond Higgs' how to motivate an extended use of the Einstein-Planck equation so as to develop a wave theory of time, WTT. It offers a key to interpret the nature of dark matter and of the huge difference in strength between electromagnetic forces and gravitation. And it makes the so-called big number coincidences derivable instead of "explained" by anthropic reasoning.

Like a ring, Einstein's static model of the universe was limited but endless and definitively not pointless. A rolling ring can be used to describe a continuous wave (CW) that is sinusoidal and that will in the following lines be used to do what has been said to be impossible, namely to describe time itself. In a most simple CW model of a cosmic flow of time  $tc$ , a small measure of time  $dtc$  varies with regard to a reference measure of time  $dtr$  as expressed by the equation  $dtc/dtr = \sin(2\pi tc/T)$  where  $T$  is the wave period and  $dtr$  is equal to the positive peak value of  $dtc$ . If the cosmic expansion with time is chosen to be described by means of a reference flow of time  $tr$  as represented by atomic clocks, it shows the positive acceleration expressed by the estimated value of Einstein's cosmological constant  $\Lambda$  used today for describing the apparent accelerated expansion of space. That acceleration is predicted by the equality between the ratio  $dtc/dtr$  and, as derived from the sine wave function above, the ratio between 2 and the sum of  $\exp(2\pi tr/T)$  and  $\exp(-2\pi tr/T)$ .



The cosmic expansion is conceivable, however, without any atom clocks generating the reference time  $tr$ . In order to interpret the intrinsic nature of the cosmic expansion, it is therefore logical to apply the cosmic flow of time  $tc$  instead of the reference time  $tr$  making the positive acceleration an illusion and the physical existence of a force counteracting gravity and represented by Lambda simply an unnecessary assumption.

Einstein described the gravitational force as curved spacetime. WTT interprets that curvature as due to the CW nature of time where the period  $T$  is in the order of  $10^{20}$  seconds in the context of a yet to be discovered elementary particle of gravity and  $10^{-20}$  seconds in the context of the elementary charge controlling the atomic clocks. In a more developed version of WTT, the two-dimensional CW model of time  $tc$  becomes a three-dimensional CW model related to the Everett many-worlds interpretation of quantum mechanics asserting the objective reality of the universal wavefunction and challenging the view that the universe is pointless.

## What Existed Before Big Bang?

*Lars Wern*

The topic of this article has interested many thinkers. One of them was the world-renowned emeritus professor Stephen Hawking at Cambridge University who claimed that the concept of time has no meaning before the beginning of the universe. He states that to ask what existed before the Big Bang is like asking what is South of the South Pole and that the universe has created itself as a one-shot product of quantum fluctuations. According to him, there was nothing before the big bang. However, Sir Roger Penrose, emeritus professor at the University of Oxford, winner of the Copley Medal and the Wolf Prize in Physics which he shared with Stephen Hawking, believes that the Big Bang is one of perhaps an endless succession of Big Bang events where quantum fluctuations in the remote future of a previous cosmic eon has produced the Big Bang of our eon.

Along with professor Vahe Gurzadyan of the Yerevan State University in Armenia, Penrose states that images of cosmic microwave background radiation received from NASA show imprints that are older than the Big Bang. According to the new theory of "conformal cyclic cosmology" described in his book 'Cycles of Time', black holes will eventually consume all the matter in the universe. When they have finished, all that will be left in the universe is energy which will trigger the next Big Bang and the new eon.

Anyway, Big Bang is merely a name for a theory that describes but does not explain the cosmic expansion, just as Dark Energy is a name for a theory describing but not explaining the apparent acceleration of the same expansion. Sir Fred Hoyle coined the term "Big Bang" to ridicule the idea of a sudden beginning for the universe. He developed a theory of such a continuous creation that the density of matter in the expanding universe remains unchanged. While his "steady state theory" is now abandoned, the present Dark Energy hypotheses build on ideas of continuous creation and of unchanged density. Another version of a steady state theory is proposed by C. J. Masreliez at EST Foundation. According to him, time has no beginning and progresses in discrete increments of the expanding spacetime.

An eternal succession of discrete increments of time as proposed by Masreliez or of Big Bang events as proposed by Penrose represents thinking of time as moving only in one direction. It makes me remember the endless sequence of turtles in an old story incorporated in Hawking's book 'A Brief History of Time': A well-known scientist (some say it was Bertrand Russell) once gave a public lecture on astronomy. He described how the earth orbits around the sun and how the sun, in turn, orbits around the center of a vast collection of stars called our galaxy. At the end of the lecture, a little old lady at the back of the room got up and said: "What you have told us is rubbish. The world is really a flat plate supported on the back of a giant tortoise." The scientist gave a superior smile before replying, "What is the tortoise standing on?" "You're very clever, young man, very clever," said the old lady. "But it's turtles all the way down!"

Global sustainability seems to depend on whether we move fast enough from linear to circular thinking. A sustainable model of the universe should be circular as in The Wave Theory of Time (WTT). Predicting the apparent acceleration of the cosmic expansion, WTT was proposed by me for publication in Nature before that discovery in 1998 but became first published by the Swedish Mathematical Society in the autumn of The International Year of Astronomy 2009. It describes the beginning of the cosmic expansion as merely a zero crossing point in a continuous wave of time. The Planck-Einstein equation is assumed to connect a very low-frequency continuous wave to the rest mass of an elementary particle for gravitation and the rest mass of the elementary charge to a very high-frequency continuous wave. It is the huge ratio between these frequencies that determines the difference in strength between gravity and the electromagnetic force.

Hawking proposed once that the flow of time changes direction at a future peak of the cosmic expansion. He regretted that proposal later and called it a big blunder. According to WTT, time flows in opposite directions for subsequent half periods of the above-mentioned continuous waves. Our present direction of time is positive by definition so "Negative Time" would be the right answer to the question about what existed before the Big Bang.

## Message from the President of the EMS

*Volker Mehrmann*

Dear colleagues,

As president of the European Mathematical Society (EMS) I would like to point out a very urgent and unfavourable situation for the funding of mathematics in Europe. The European Research Council (ERC) budget for each discipline is allocated each year in proportion to the number of proposals and the requested budget received. It has been observed that, since the founding of the ERC, the budget for mathematics in the three funding streams (advanced, consolidator, and starting grants) has dropped to almost half, because there are not enough applications.

There may be several reasons for this decline in applications, e.g. low acceptance rate, the feeling that certain subfields of mathematics have small chances, or the fact that for interdisciplinary research of mathematics with other sciences it is difficult to get funding. Also in mathematics there are often complaints that the maximal possible budgets are too large.

All this is partially right, but not submitting applications leads to a vicious cycle, and further decline of mathematics funding. How can we counteract this unfortunate development. First of all, there is no reason to apply for the full possible budget if this is not appropriate for a research project, smaller proposals are very welcome, and second we mathematicians should be more self-confident in writing proposals. It is not a wasted time, even one is not funded. In several European countries there is even financial support for proposals that make it to the second round but do not get funded due to budget restrictions.

It is very important that applications are encouraged throughout the mathematical community and the EMS is planning to create an initiative to support applicants..

**So please distribute this information within your community.**

# Mathematics in Biology

## Göran Gustafsson lectures

*Pär Kurlberg*

Jean-Pierre Eckman, Gérard Ben Arous, and Martin Hairer will organize three thematic days at KTH on the topics "Mathematics in Biology", "The ant in the labyrinth, or anomalous diffusion at criticality", and "Bridging Scales".

### Programme (preliminary)

#### *June 12: Mathematics in Biology.* (K1)

- 11.00–12.00 Jean-Pierre Eckman, University of Geneva.  
*Protein: the physics and mathematics of amorphous learning matter*  
(A mechanical view on protein through Green's functions)
- 13.00–14.00 Lai-Sang Young, NYU Courant.  
*Dynamics of cortical neurons*
- 14.30–15.30 Ofer Feinerman, Weizmann Institute.  
*The collective behavior of ants*
- 17.30– Informal conference dinner

#### *June 13: The ant in the labyrinth, or anomalous diffusion at criticality.* (F2)

- 11.00–12.00 Gérard Ben Arous, NYU Courant  
TBA
- 13.00–14.00 Alexander Fribergh, Université de Montréal  
*The ant in high-dimensional labyrinth*
- 14.30–15.30 Manuel Cabezas, PUC, Santiago de Chile  
*The ant and lace expansion*

#### *June 14: Bridging scales.* (F2)

- 10.00–11.00 Martin Hairer, Imperial College  
TBA
- 11.15–12.15 Cyril Labbé, Université Paris-Dauphine  
*Some properties of the continuous Anderson hamiltonian*
- 13.15–14.15 Patricia Gonçalves, Instituto Superior Técnico, Lisbon  
*Deriving deterministic laws from the random motion of particles*
- 14.45–15.45 Jeremy Quastel, University of Toronto  
*The KPZ fixed point*

For further information, please see

[GG](#)

A symposium poster can be found at

[Poster](#)

# SVENSKA MATEMATIKERSAMFUNDETS STYRELSEBERÄTTELSE VERKSAMHETSÅRET 2018/2019

Samfundet har 445 medlemmar, varav 363 ständiga medlemmar; därutöver tillkommer 16 institutionella medlemmar. Styrelsens nuvarande sammansättning är:

- Klas Markström (ordförande)
- Tomas Persson (vice ordförande)
- Frank Wikström (skattmästare)
- Olof Svensson (sekreterare)
- Jana Madjarova (femte ledamot)

Denna styrelseberättelse avser verksamhetsperioden juni 2018 – juni 2019. Styrelsearbetet har till största delen bedrivits via epost, men traditionella möten har förekommit i samband med års och höstmötena.

Samfundets höstmöte ägde rum i Uppsala den 23:e november. Traditionenligt var temat juniora matematiker.

Under det gångna läsåret har Skolornas matematiktävling (SMT) arrangerats i vanlig ordning av tävlingskommittén som under 2017/2018 bestod av

- Mats Boij (KTH)
- Axel Hultman (Linköpings universitet)
- Thomas Kragh (Uppsala universitet)
- Peter Kumlin (Chalmers/GU)
- Jana Madjarova (Chalmers/GU, ordförande)
- Victor Ufnarovski (LTH)
- Paul Vaderlind (SU)
- Frank Wikström (LTH, sekreterare)
- Lars-Daniel Öhman (Umeå universitet).

Sverige skickade sex elever till den Internationella matematikolympiaden 2018 i Cluj-Napoca, Rumänien. Sverige placerade sig på en smått otrolig 24:e plats. Laget kom hem med en guldmedalj (Arvid Lunnemark, Malmö Borgarskola), två silvermedaljer (Sebastian Fodor, Danderyds gymnasium, och Hugo Eberhard, Lars-Erik Larssongymnasiet, Lund), och två bronsmedaljer (Björn Magnusson, Katedralskolan i Lund, och Teodor Bucht, Malmö Borgarskola). Ludvig Olson (Danderyds gymnasium) fick hedersomnämmande.

Sverige har inte placerat sig så högt sedan 1997, och det var också det året vi sist skördade guld. En sådan framgång ger mersmak och höjer förväntningarna. Men, vi ska ha klart för oss att detta var "veteraner", personer som jobbat med matematik länge och mycket. För fyra av dem var det inte deras första matematikolympiad. Det är ju dock så att alla blir äldre med åren, så av fjolårets lag är det endast en som är med i år.

Finalen 2018 genomfördes på matematikinstitutionen vid Uppsalas universitet, och vanns av Hugo Eberhard. På andra plats kom Fredrik Ekholm (Danderyds gymnasium) och på tredje Loke

Gustafsson (Kattegattgymnasiet, Halmstad). Sverige gjorde bra ifrån sig på den Nordiska matematiktävlingen, som gick den 1 april i år. Resultaten från den är dock inte officiella ännu.

Två träningsläger har genomförts under den aktuella perioden, ett gemensamt nordiskt i Sorö, Danmark, strax före IMO 2018, i vilket det svenska laget deltog, och ett inför IMO 2019 för ett utvidgat lag i Stockholm i april 2019. Samarbetet mellan SMT och Brummer & Partners fortsätter. Den generösa sponsringen möjliggör genomförandet av tävlingen i allmänhet och de mycket nyttiga träningslägren i synnerhet.

Sedan 2016 är lagfinalen på skolornas matematiktävling SMT Lagfinal "Pythagoras enigma" som arrangeras under tävlingskommitténs och Malmö Borgarskolas samordnade regi. I år går den 23-24 maji.

Styrelsen vill tacka kommittén för det stora och viktiga arbetet med den svenska tävlingen och med träningen inför den internationella olympiaden.

Baltic Way 2018, en lagtävling för gymnasister från Danmark, Estland, Finland, Tyskland, Island, Lettland, Litauen, Norge, Polen, St. Petersburg samt Sverige, arrangerades av Sankt Petersburg. Sverige kom på femte plats, av 11 deltagande länder. Tävlingen vanns av Tyskland, före Sankt Petersburg.

Sedan 2015 är Samfundet medlem i ICIAM (International Council for Industrial and Applied Mathematics). Samfundets representant är Åke Brännström, Umeå universitet. Styrelsen tackar Åke för hans engagemang.

Wallenbergpriset för 2018 tilldelas Dan Petersen, Stockholms universitet, och David Witt Nyström, göteborgs universitet. Priskommittén bestod av Pär Kurlberg (ordf.), Jana Björn samt Peter Sjögren. Styrelsen vill tacka dem för deras noggranna arbete.

Under 2018 ansökts om förnyade medel för Wallenbergpriset. Marianne och Marcus Wallenberg beviljade denna gång medel för sex år, inkluderande 2018, istället för tre år som tidigare.

Samfundets årsmöte äger rum i Lund den 4e juni.

Till sist vill styrelsen tacka lokalombuden för att de ger samfundet en snabb informationskanal till våra medlemmar och hela matematiska samhället inom högskolesektorn, samt att de förser SMS bulletinens redaktion med material.

Umeå 14 maj, å styrelsen vägnar

Klas Markström, ordförande

## Program för Svenska matematikersamfundets årsmöte

**Lund, 4juni 2019**

Hörmandersalen, Matematikhuset, Sölvegatan 18A, Lund

- 13:15 – 13:55 Robert Berman, *presentation av David Witt Nyströms arbeten.*
- 14:00 – 14:40 David Rydh, *presentation av Dan Petersens arbeten.*
- 14:45 – 14:50 *Utdelning av 2019 års Wallenbergspris.*  
Pristagarna är Dan Petersen och David Witt Nyström.
- 14:50 – 15:15 Paus.
- 15:15 – 16:00 Jacob Stordal Christiansen (Lund), *Chebyshev polynomials.*
- 16:15 *Årsmöte.* Dagordning anslås på Svenska matematikersamfundets hemsida, [Dagordning](#)
- 19:00 *Middag.* Anmäl till Tomas Persson om du vill delta i mid- dagen, senast 26 maj.

För frågor och anmälan till middagen, kontakta Tomas Persson, per epost [tomasp@maths.lth.se](mailto:tomasp@maths.lth.se), eller telefon 046-222 85 86.

## Abstract of Talk on Chebyshev polynomials

A classical problem that goes back to Chebyshev is to approximate  $x^n$  by polynomials of lower degree on some compact interval. As is well known, the monic degree  $n$  polynomial that deviates the least from zero on  $[-1, 1]$  is given by  $T_n(x) = 2^n \cos(n\theta)$  with  $x = \cos \theta$ . This polynomial oscillates for  $x$  between  $-1$  and  $1$  and grows faster than any other monic polynomial of the same degree outside  $[-1, 1]$ . But how can we describe the monic polynomials of least deviation from zero on  $E \subset \mathbb{R}$  when  $E$  is the union of, say  $k$ , intervals or a Cantor-type set?

In the talk, I shall discuss the theory for these polynomials that also bear the name of Chebyshev. I'll focus on their asymptotic behavior and the asymptotics of the approximation error. One may ask how this depends on the size and geometry of  $E$ . As we shall see, potential theory enters the field and part of the analysis relies on studying the zeros in gaps of  $E$ . If time permits, I shall also explain how relatively little is known when  $E$  is a compact subset of  $\mathbb{C}$ . Several open problems will be discussed.

The talk is based on joint work with B. Simon (Caltech), P. Yuditskii (JKU Linz), and M. Zinchenko (UNM).

## Dagordning för Svenska Matematikersamfundets årsmöte 2019

Årsmötet hålls vid institutionen för matematik i Lund den 4e juni och börjar 16.15. Lokal . Hörmandersalen i matematikhuset.

1. Mötets öppnande
2. Val av mötesordförande och mötessekreterare
3. Val av två justeringspersoner
4. Fastställande av dagordningen
5. Framläggande av årsberättelse, balansräkning och revisionsberättelse  
Skattmästaren och revisorer redogör.
6. Frågan om beviljande av styrelsens ansvarsfrihet.
7. Val av styrelse för verksamhetsåret 19/20  
Förslag: Se bilaga 1.
8. Val av lokalombud för verksamhetsåret 19/20  
Förslag: Se bilaga 1.
9. Val av två revisorer och revisorssuppleanter för verksamhetsåret 19/20  
Förslag: Se bilaga 1.
10. Val av tävlingskomite för verksamhetsåret 19/20  
Förslag: Se bilaga 1.
11. Val av valberedning för verksamhetsåret 19/20  
Förslag: Se bilaga 1.
12. Datum och plats för höstmötet 2019  
Förslag: KTH 22/11. Finalen i Skolornas Matematiktävling hålls den 23e på KTH.
13. Plats för årsmötet 2020

Förslag: Stockholms universitet. Om förslaget antas så beslutas mötesdatumet vid höstmötet efter samråd med representanter från SU.

### 14. Diskussion och beslut gällande övergång från Bulletinen till ett elektroniskt nyhetsbrev.

Förslag: Vid höstmötet 2018 inkom ett förslag om att Bulletinen skall läggas ned och mötet beslutade att detta skulle bli en diskussions och beslutspunkt vid årsmötet. Det förslag som nu finns är att Bulletinen läggs ned och istället ersätts med ett elektroniskt nyhetsbrev som skickas ut via samfundets mail-lista en gång i månaden, med samfundets sekreterare som ansvarig. Det danska samfundet har för några år sedan övergått till en liknande modell.

15. Övriga frågor
16. Mötet avslutas

## Bilaga 1.

### Valberedningens förslag för 2019-2020

#### 1 Förslag för ledamöter fram till årsmötet 2020

Samtliga föreslagna är tillfrågade av valberedningen och har tackat ja.

##### 1.1 Styrelse

- Tomas Persson (ordförande)
- Volodymyr Mazorchuk (vice ordförande)
- Frank Wikström (skattmästare)
- Olof Svensson (sekreterare)
- Jana Madjarova (femte ledamot)

##### 1.2 Lokalombud

- Blekinge: Claes Jogr us
- Borås: Jens Wittsten
- Dalarna: Per Wallén
- Gävle: Mirko Radic
- Göteborg: Stefan Lemurell
- Halmstad: Erik Järpe
- Jönköping: Fredrik Abrahamsson
- Karlstad: Niclas Bernhoff
- Kristianstad: Kristina Juter
- Linköping: Anders Björn
- Linköping, Campus Norrköping: Olof Svensson
- Linnéuniversitetet: Joachim Toft
- Luleå: Mikael Stenlund
- Lund: Tomas Persson
- Malmö: Yuanji Cheng
- Mittuniversitetet: Stefan Borell
- Mälardalen: Per Bäck
- Skövde: Stefan Karlsson
- Stockholm, KTH: Maria Saprykina
- Stockholms universitet: Pavel Kurasov

- Umeå: Lars-Daniel  hman
- Uppsala: Andreas Str mbergasson
- Högskolan Väst: Patrik Nystedt
- Örebro: Yang Liu

##### 1.3 Revisorer

###### Till och med årsmötet 2020

1. Anders Holst (Lund) Ordinarie.
2. Arne Meurman (Lund) Suppleant för Anders
3. Robert Johansson (Umeå) Ordinarie.
4. Britt-Marie Stocke (Umeå) Suppleant för Robert

##### 1.4 Tävlingskommittén

1. Mats Boij (KTH)
2. Axel Hultman (Linköpings universitet)
3. Thomas Kragh (Uppsala universitet)
4. Peter Kumlin (Chalmers/GU)
5. Jana Madjarova (Chalmers/GU, ordförande)
6. David Rydh (KTH)
7. Victor Ufnarovski (LTH)
8. Frank Wikström (LTH, sekreterare)
9. Lars-Daniel  hman (Umeå universitet).

##### 1.5 Valberedningen

###### Fram till årsmötet 2020

1. Anders Karlsson (Sammankallande)
2. Milagros Izquierdo
3. Elizabeth Wulcan

## Länk till Jaak Peetres forskning

*Gunnar Sparr*

En bra översikt av Jaak Peetres forskning hittar man i det inledande kapitlet, 'Jaak Peetre, the man and his work', i 'Function Spaces, Interpolation Theory and Related Topics, Proceedings of the international conference in honour of Jaak Peetre on his 65th birthday 2000, Gruyter 2002'. Översikten är väsentligen skriven av Michael Cwikel och finns länkad på .....

Redaktörens anm.  $\mathcal{TE}\mathcal{X}$  kraschade när jag försökte skriva in länken!

## Brev till Styrelsen

Till styrelsen för Svenska matematikersamfundet

Enligt dagordningen för årsmötet 2019, §14, ska det diskuteras om Bulletinen ska ersättas med ett nyhetsbrev. Dessutom ska beslut tydligen tas i denna fråga.

Samfundet har, enligt hemsidan, omkring 500 medlemmar. Till årsmötena brukar omkring tio av medlemmarna komma. Jag ifrågasätter om den lilla skara av medlemmar som kommer att samlas i Lund verkligen ska anses vara beslutsmässig i en så viktig fråga som den om medlemstidningens existens. Det är två år sedan jag föreslog elektronisk röstning bland medlemmarna istället för omröstning på årsmötena. Den frågan verkar ligga i träda.

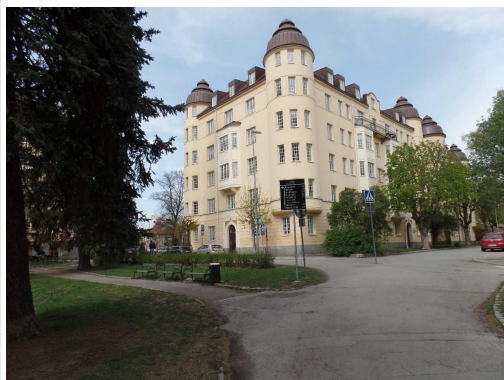
Om Bulletinens existens å andra sidan ska anses vara en fråga uteslutande för styrelsen, förstår jag inte varför saken i så fall ska diskuteras på årsmötet. Tidigare har ju styrelsen hävdat att vad som rör Bulletinen enbart är en styrelsefråga. Men där har jag som medlem en helt annan uppfattning.

Bulletinen är enda möjligheten för Samfundet att synas utåt. Det finns faktiskt inget annat organ som uppmärksammar matematiken. Matematikdidaktik är ju inte detsamma som matematik.

Bulletinen kostar inte Samfundet något alls. Bulletinen är fristående genom att inte vara beroende av några mecenater. Därmed behöver inte den ansvarige utgivaren oroa sig för att ifrågasättande artiklar ska väcka någons missnöje.

Samfundet har ett ansvar gentemot dem som överlåtit förtroendet att förvalta fonder, att utse stipendiater mm. En nedläggning av medlemstidningen skulle kunna väcka tvivel om hela Samfundets framtid.

Arne Söderqvist  
Medlem



Bilden visar 'slottet' i Råsunda. Råsundas vackraste byggnad. Visserligen visade det sig att familjen Rådström inte bodde i 'slottet' men i närheten och det nämns i en av brodern Pär Rådströms historier. Bilden är tagen av Lasse Johansson som sändes ut på ett fotouppdrag. För att få en bra bild gick han baklänges, ramlade på en trottoarkant, slog upp ett sår i huvudet som måste sys. Att rapportera för Bulletinen är inte riskfritt.

[Redaktörens kommentar]



## KALENDARIUM

( Till denna sida uppmanas alla, speciellt lokalombuden, att inlämna information)

Årsmötet i Lund, 4 juni  
Göran Gustafson Symposiet, KTH 12-14 juni

### Författare i detta nummer

**Jöran Bergh** Interpolator och student till Peetre. Pensionerad i Göteborg.

**Tomas Claesson och Gunnar Sparr** Pensionerade Lunda-matematiker. Sparr student till Peetre

**Per Enflo** Funktional analytiker. Känd för sina lösningar till Banachs bas-problem, Mazurs 'gås-problem samt Grothendiecks approximations-problem. Slog igenom som konsertpianist innan han blev matematiker

**Svante Janson** Harmonisk analytiker samt probabilistik graf-teoretiker vid Uppsala Universitet

**Christer Kiselman** Professor e.m. vid Uppsala Universitet. Verksam huvudsakligen inom fler-variabel komplex analys

**Lena Malm och Anders Rådström** Dotter respektive son till Hans Rådström

**Anders Persson** Pensionerad meteorolog och amatör- historiker. Bosatt i Stockholm.

**Björn Textorius** Matematiker vid Linköpings universitet.

**Lars Wern** Kosmolog och patent-ingenjör i Stockholm

# Innehållsförteckning

Detta Nummer : <i>Ulf Persson</i>	3
Jaak Peetre 1935 - 2019 : <i>Ulf Persson</i>	4
Matematik och Matematikdidaktik : <i>Jaak Peetre</i>	5
Vi minns Jaak Peetre : <i>Tomas Claesson &amp; Gunnar Sparr</i>	6
Min handledare Jaak Peetre : <i>Jöran Bergh</i>	7
Min kollega och medförfattare Jaak Peetre : <i>Svante Janson</i>	8
Hans Rådström : <i>Ulf Persson</i>	9
Vår far Hans Rådström : <i>Lena Malm &amp; Anders Rådström</i>	11
Min handledare Hans Rådström : <i>Per Enflo</i>	13
Några blandade minnen om Rådström : <i>Per Enflo</i>	19
Hans Rådström and how to define smooth functions on any set : <i>Christer Kiselman</i>	20
Mina minnen av Hans Rådström : <i>Björn Textorius</i>	23
Not so beautiful equations - The Angular Momentum Paradox : <i>Anders Persson</i>	25
Universum och den vitruvianske mannen : <i>Lars Wern</i>	31
Beyond Hawking Another such superstar in science is highly unlikely! : <i>Lars Wern</i>	32
What Existed Before Big Bang? : <i>Lars Wern</i>	33

## Notiser

Titelsidans illustration : <i>Ulf Persson</i>	19
Karen Uhlenbeck : <i>Ulf Persson</i>	24
Message from the President of the EMS : <i>Volker Mehrmann</i>	34
Mathematics in Biology. Göran Gustafsson lectures : <i>Pär Kurlberg</i>	35
Årsberättelse : <i>Klas Markström</i>	36
Årsmötesprogram :	37
Dagordning :	38
Bilaga till Dagordning :	39
Länk till Jaak Peetres forskning : <i>Gunnar Sparr</i>	40
Brev till Styrelsen : <i>Arne Söderqvist</i>	40
Råsundas slott : <i>Lasse Johansson</i>	40